Stanford
Eine Einführung in FM

CLM Instrument - CLM-Instrument

CLM (ursprünglich ein Akronym für Common Lisp Music) ist ein Klangsynthesepaket der Music V-Familie. Es bietet fast die gleiche Funktionalität wie Stk, Csound, SuperCollider, PD, CMix, cmusic und Arctic – eine Sammlung von Funktionen, die Klänge erzeugen und manipulieren, die sich in erster Linie an Komponisten richten (im Fall von CLM jedenfalls). Der Instrumentenbauer fügt diese Funktionen (hier Generatoren genannt) zusammen mit allgemeinem Programmierkleber zusammen, um Computerinstrumente herzustellen. Diese werden dann in einer Notizliste oder über eine Benutzeroberfläche (die beispielsweise von Snd bereitgestellt wird) aufgerufen.

CLM existiert in verschiedenen Formen: die ursprüngliche Common Lisp-Implementierung (clm-5.tar.gz), eine C-Version (sndlib.tar.gz), eine Scheme-Version (sndlib.tar.gz mit s7), Ruby (sndlib wieder aber mit Ruby) und Forth (sndlib). Die Versionen Scheme, Ruby und Forth sind auch in den Snd-Editor integriert (snd-17.tar.gz). Dieses Dokument richtet sich an die Common Lisp-Version in clm-5.tar.gz. Siehe sndclm.html im Snd-Tarball für die Scheme/Ruby/Forth/C-Version (sndclm.html enthält viel mehr Informationen als diese Datei). Es gibt eine Vielzahl von unvermeidlichen Unterschieden zwischen diesen Versionen, aber im Allgemeinen sind die Unterschiede offensichtlich und konsistent: Aus Lisp "-" wird C "_", "?" wird zu "_p", "->" wird zu "_to_", und so weiter, also wird die Funktion namens mus_oscil in C an anderer Stelle zu oscil, mus_oscil_p wird zu oscil? und mus_hz_to_radians wird zu hz->radians in Lisp/Scheme. Wenn Sie ein Standardinstrument in den verschiedenen Implementierungen vergleichen möchten, sehen Sie sich die fm-violine an: v.ins (Common Lisp), v.scm (Scheme), v.rb (Ruby), clm-ins.fs (Forth) und sndlib.html (C).

FM

Bei der Frequenzmodulation modulieren wir die **Frequenz – „Modulation"** ist hier nur ein lateinisches Wort für „Änderung". Vibrato und Glissando sind Frequenzmodulationen. **John Chowning erzählt mir,** dass er **über FM gestolpert ist, als er das Vibrato so weit beschleunigte, dass es hörbare Seitenbänder erzeugte (wahrgenommen als Klangfarbenänderung) und nicht schnelleres Trillern** (wahrgenommen als Frequenzänderung). Wir können dies (das Vibrato, nicht die nette Geschichte) wie folgt ausdrücken:

$$\cos\left(\omega_c t + f(t)\right)$$

wobei der Index c für "Träger" steht und f(t) "irgendeine willkürliche Funktion, die dem Träger hinzugefügt wird" bedeutet. Da cos einen Winkel als Argument verwendet, moduliert (d. h. ändert) f(t) den an den Kosinus übergebenen Winkel, daher der generische Name **"Winkelmodulation".** Wir können diese Änderung entweder zum Argument zu cos hinzufügen **("Phasenmodulation",** cos(angle + change)) oder zur aktuellen Phase hinzufügen, dann cos davon nehmen **("Frequenzmodulation",** cos(angle += change)), damit unsere Formel in beide Richtungen betrachtet werden kann. **Da der Winkel in beiden Fällen um die Trägerfrequenz erhöht wird, besteht der Unterschied zwischen:**

PM: cos((Winkel += Inkr.) + Änderung)
FM: cos (Winkel += (Inkr + Änderung))

Um den Unterschied zu verdeutlichen, setzen Lehrbücher ein Integral ein, wenn es um Frequenzmodulation geht:

$$\cos\left(\omega_c t + \int_0^t f(t)\,\mathrm{d}t\right)$$

In PM ändern wir die Phase, in FM ändern wir das Phaseninkrement, und um von FM zu PM zu gehen, integrieren wir das modulierende FM-Signal. Wir können jedoch nicht anhand der Ausgangswellenform erkennen, welche verwendet wird.

Wir müssen wissen, was das Modulationssignal ist. Bei der Klangsynthese, wo wir mit dem modulierenden Signal machen können, was wir wollen, gibt es keinen wesentlichen Unterschied zwischen Frequenz- und Phasenmodulation.

➔Ich würde dieses Thema als totes Pferd bezeichnen, aber es sorgt auch 40 Jahre später immer noch für Verwirrung. Hier sind also zwei CLM-Instrumente, eines mit Phasenmodulation und das andere mit Frequenzmodulation. Ich habe versucht, die Innereien bei jedem Schritt deutlich zu machen und die Indizes so abzugleichen, dass die Instrumente bei gleichen Parametern die gleichen Ergebnisse liefern. Um eine andere Kontroverse beizulegen, **sollte aus diesen beiden Funktionen offensichtlich sein, dass es keinen Unterschied in Bezug auf den Rechenaufwand oder die Genauigkeit zur Laufzeit gibt.**

```
(define (pm beg end freq amp mc-ratio index) ; "mc-ratio" = Verhältnis von Modulator zu Trägerfrequenz
  (let ((Trägerphase 0.0) ; auf pi/2 setzen, wenn jemand sagt, dass PM keine Energie bei 0 Hz produzieren kann
       (Träger-Phasen-Anstieg (Hz->Radiant freq))
       (Modulator-Phase 0.0)
       (Modulator-Phase-Incr (Hz->Radiant (* mc-Ratio freq))))
   (tun ((ich bettele (+ ich 1)))
             ((= ich ende))
     (let* ((Modulation (* Index (Sin Modulator-Phase)))
                  (pm-val (* amp (sin (+ Trägerphasenmodulation)))))
                  ;; keine Integration in Phasenmodulation
              (set! Träger-Phase (+ Träger-Phase Träger-Phase-Inkr))
              (set! Modulator-Phase (+ Modulator-Phase Modulator-Phase-Incr))
              (outa i pm-val)))))

(define (fm beg end freq amp mc-ratio index)
  (lassen* ((Träger-Phase 0.0)
              (Träger-Phasen-Anstieg (Hz->Radiant freq))
              (Modulator-Phase-Incr (Hz->Radiant (* mc-Ratio freq)))
              (Modulator-Phase (* 0,5 (+ pi Modulator-Phase-Incr)))
              ;; (pi+incr)/2 um (zentrierte) sin nach der Integration zu erhalten, um den pm-Fall oben zu entsprechen
              (fm-index (hz->radians (* mc-ratio freq index))))
              ;; FM-Index reparieren (es ist eine Frequenzänderung)
   (tun ((ich bettele (+ ich 1)))
             ((= ich ende))
     (let ((modulation (* fm-index (sin modulator-phase)))
                 (fm-val (* amp (sin trägerphase))))
              (set! Träger-Phase (+ Träger-Phasen-Modulation Träger-Phase-Inkr))
              (set! Modulator-Phase (+ Modulator-Phase Modulator-Phase-Incr))
              (outb i fm-val)))))

(mit Ton (:Kanäle 2)
  (pm 0 10000 1000 0,5 0,25 4)
  (fm 0 10000 1000 0,5 0,25 4))

(mit Ton (:Kanäle 2)
  (pm 0 10000 1000 0,5 0,5 10)
  (fm 0 10000 1000 0,5 0,5 10))
```

einfache FM: Sünde (Sünde)

Angesichts unserer Formel für FM nehmen wir zunächst einmal an, dass f(t) eine Sinuskurve ist:

$$\cos(\omega_c t + B \sin \omega_m t)$$

wobei das "m" für "Modulator" steht und der "B"-Faktor normalerweise als Modulationsindex bezeichnet wird. **Der entsprechende CLM-Code lautet:**

(Oszilträger (* B (Oszilmodulator)))

wo oscil ist (im Wesentlichen):

```
(define* (Oszillator (fm-Eingang 0.0) (pm-Eingang 0.0))
  (lass ((Ergebnis (sin (+ Oszillator-Phase pm-Eingang))))
    (set! Oszillator-Phase (+ Oszillator-Phase (+ Oszillator-Phase-Inkrement fm-Eingang)))
    Ergebnis))
```

➔**Da allgemein angenommen wird, dass das Ohr eine Art Projektion der Wellenform im Zeitbereich in den Frequenzbereich durchführt (eine Fourier-Transformation),** und dass **die Klangfarbe** zumindest teilweise eine **Frage der Mischung der vorhandenen Frequenzen (des Spektrums) ist**, ist unser Haupt- Das Interesse an der FM-Formel liegt im Spektrum, das sie erzeugt. **Um dieses Spektrum zu bestimmen, müssen wir einige mühsame Mathematik ertragen. Durch die trigonometrische Identität:**

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

Wir können $\omega_c t$"a" und $B \sin \omega_m t$"b" ersetzen und erhalten:

$$\cos(\omega_c t + B \sin \omega_m t) = \cos \omega_c t \, \cos(B \sin \omega_m t) - \sin \omega_c t \, \sin(B \sin \omega_m t)$$

Wenn wir eine Fourier-Transformation der beiden inneren Teile erhalten können: $\cos(B \sin \omega_m t)$**und** $\sin(B \sin \omega_m t)$**, können wir verwenden:**

$$\cos a \, \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) + \cos(a+b))$$
$$\sin a \, \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$$

um die endgültigen Ergebnisse zu erhalten. "A" steht hier $\omega_c t$ in den früheren Formeln und "B" ist entweder $\cos(B \sin \omega_m t)$oder $\sin(B \sin \omega_m t)$. **Die Fourier-Transformation, die wir wollen, ist für uns nicht offensichtlich (für mich sicherlich nicht!),**

➔also gehen wir zu **Abramowitz und Stegun, "Handbook of Mathematical Functions"** und finden (Formeln 9.1.42 und 9.1.43):

$$\cos(B \sin \omega_m t) = J_0(B) + 2J_2(B) \cos 2\omega_m t + \cdots + 2J_{2n}(B) \cos 2n\omega_m t + \cdots$$
$$\sin(B \sin \omega_m t) = 2J_1(B) \sin \omega_m t + 2J_3(B) \sin 3\omega_m t + \cdots + 2J_{2n-1}(B) \sin(2n-1)\omega_m t + \cdots$$

Hier beziehen sich die J auf die Bessel-Funktionen, auf die wir später zurückkommen werden. Beenden wir zunächst diese Erweiterung; Wir nehmen diese beiden Summen und setzen $\omega_c t$ sie in unsere erste Erweiterung der FM-Formel ein, und es erscheint:

$$
\begin{aligned}
&\cos(\omega_c t + B\sin\omega_m t) \\
&\quad = J_0(B)\cos\omega_c t \\
&\quad - J_1(B)(\cos(\omega_c - \omega_m)t - cos(\omega_c + \omega_m)t) \\
&\quad + J_2(B)(\cos(\omega_c - 2\omega_m)t + cos(\omega_c + 2\omega_m)t) \\
&\quad - J_3(B)(\cos(\omega_c - 3\omega_m)t - cos(\omega_c + 3\omega_m)t) + \cdots
\end{aligned}
$$

oder etwas kompakter:

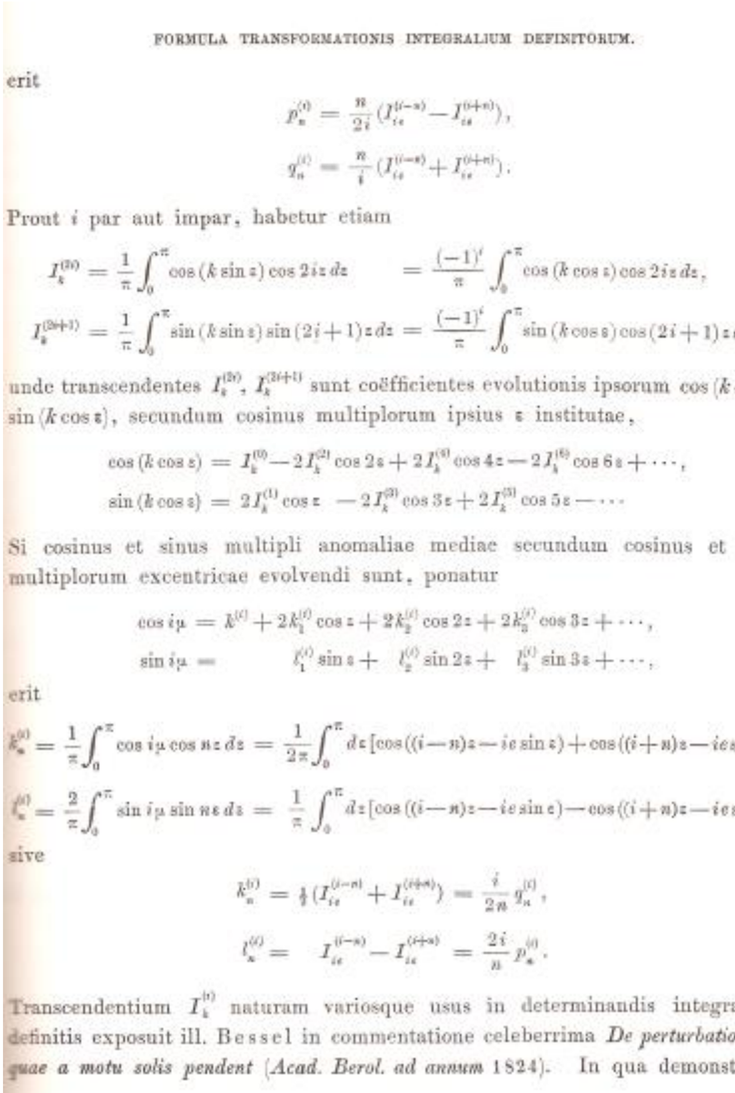
$$\cos(\omega_c t + B\sin\omega_m t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(B)\cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

Hier nutzen wir die Tatsache, dass $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$. **Wir können unseren Standpunkt zum ersten Teil der oben angegebenen Erweiterung ändern und nach der Amplitude eines gegebenen Seitenbands fragen:**

$$
\begin{aligned}
J_n(B) &= \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(B\sin\omega)\sin n\omega \, \mathrm{d}\omega \qquad (\text{n odd}) \\
J_n(B) &= \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(B\sin\omega)\cos n\omega \, \mathrm{d}\omega \qquad (\text{n even})
\end{aligned}
$$

Am Ende erhalten wir ein Spektrum, das aus einem "Träger" bei ω_c und symmetrisch platzierten Seitenbändern besteht, die durch getrennt sind ω_m.

Die Amplituden folgen den Bessel-Funktionen. Ich habe Carrier in Anführungszeichen gesetzt, **weil wir in der Computermusik auf das Ergebnis der Modulation hören (dies war die Idee von Chowning – siehe "Die Synthese komplexer Audiospektren durch Frequenzmodulation").** Die Bessel-Funktionen sind nahezu 0, bis der Index (B) der Ordnung (n) entspricht. Dann haben sie eine Beule und einen Schwanz als eine Art gedämpfte Sinuskurve:


FORMULA TRANSFORMATIONIS INTEGRALIUM DEFINITORUM.

erit

$$p_n^{(i)} = \frac{n}{2i}(I_{ie}^{(i-n)} - I_{ie}^{(i+n)}),$$

$$q_n^{(i)} = \frac{n}{i}(I_{ie}^{(i-n)} + I_{ie}^{(i+n)}).$$

Prout i par aut impar, habetur etiam

$$I_k^{(2i)} = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos(k\sin\varepsilon)\cos 2i\varepsilon\, d\varepsilon = \frac{(-1)^i}{\pi}\int_0^\pi \cos(k\cos\varepsilon)\cos 2i\varepsilon\, d\varepsilon,$$

$$I_k^{(2i+1)} = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \sin(k\sin\varepsilon)\sin(2i+1)\varepsilon\, d\varepsilon = \frac{(-1)^i}{\pi}\int_0^\pi \sin(k\cos\varepsilon)\cos(2i+1)\varepsilon$$

unde transcendentes $I_k^{(2i)}$, $I_k^{(2i+1)}$ sunt coëfficientes evolutionis ipsorum cos (k
sin ($k\cos\varepsilon$), secundum cosinus multiplorum ipsius ε institutae,

$$\cos(k\cos\varepsilon) = I_k^{(0)} - 2I_k^{(2)}\cos 2\varepsilon + 2I_k^{(4)}\cos 4\varepsilon - 2I_k^{(6)}\cos 6\varepsilon + \cdots,$$

$$\sin(k\cos\varepsilon) = 2I_k^{(1)}\cos\varepsilon - 2I_k^{(3)}\cos 3\varepsilon + 2I_k^{(5)}\cos 5\varepsilon - \cdots$$

Si cosinus et sinus multipli anomaliae mediae secundum cosinus et
multiplorum excentricae evolvendi sunt, ponatur

$$\cos i\mu = k^{(i)} + 2k_1^{(i)}\cos\varepsilon + 2k_2^{(i)}\cos 2\varepsilon + 2k_3^{(i)}\cos 3\varepsilon + \cdots,$$

$$\sin i\mu = l_1^{(i)}\sin\varepsilon + l_2^{(i)}\sin 2\varepsilon + l_3^{(i)}\sin 3\varepsilon + \cdots,$$

erit

$$k_n^{(i)} = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos i\mu\cos n\varepsilon\, d\varepsilon = \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi d\varepsilon\,[\cos((i-n)\varepsilon - ie\sin\varepsilon) + \cos((i+n)\varepsilon - ie$$

$$l_n^{(i)} = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \sin i\mu\sin n\varepsilon\, d\varepsilon = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi d\varepsilon\,[\cos((i-n)\varepsilon - ie\sin\varepsilon) - \cos((i+n)\varepsilon - ie$$

sive

$$k_n^{(i)} = \tfrac{1}{2}(I_{ie}^{(i-n)} + I_{ie}^{(i+n)}) = \frac{i}{2n}q_n^{(i)},$$

$$l_n^{(i)} = I_{ie}^{(i-n)} - I_{ie}^{(i+n)} = \frac{2i}{n}p_n^{(i)}.$$

Transcendentium $I_k^{(i)}$ naturam variosque usus in determinandis integra
definitis exposuit ill. Bessel in commentatione celeberrima *De perturbatio
quae a motu solis pendent* (*Acad. Berol. ad annum* 1824). In qua demonst

CGJ Jacobi, Gesammelte Werke, VI 101

info@udomatthias.com

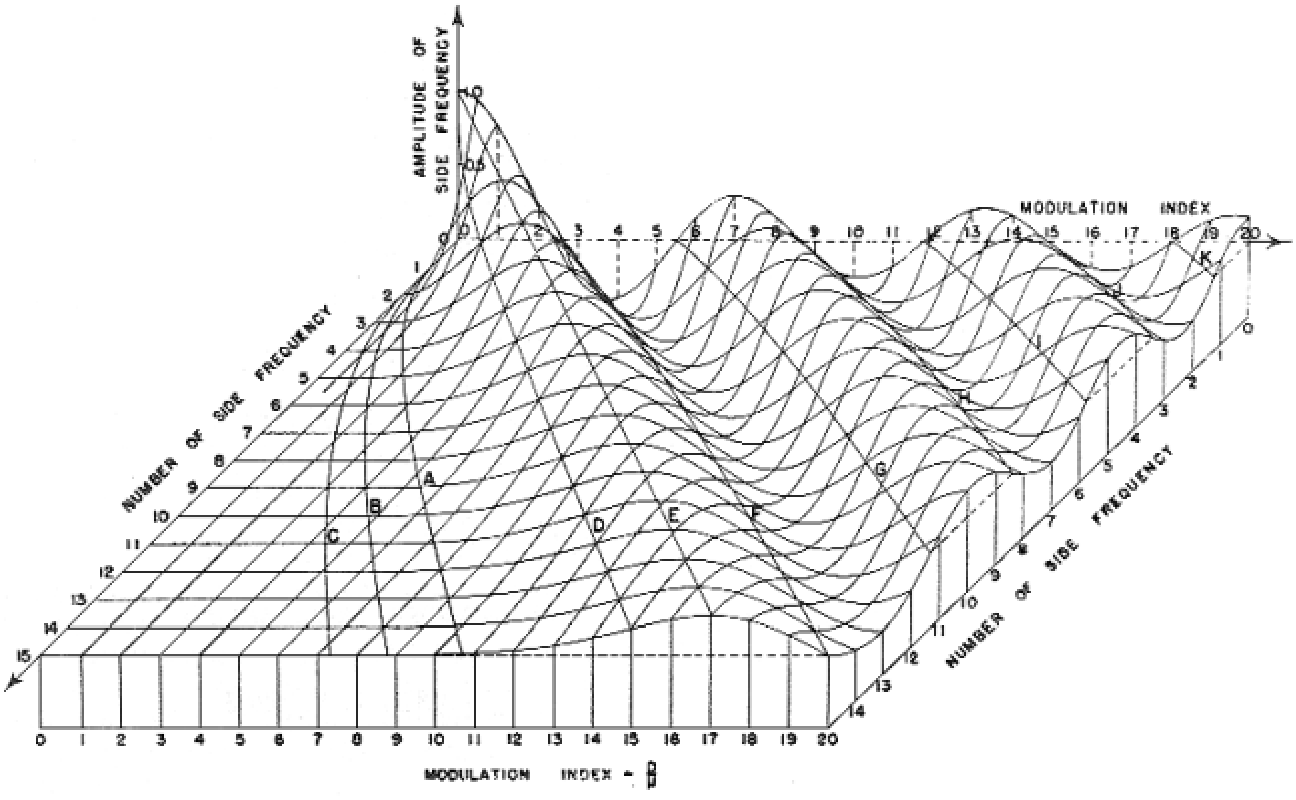
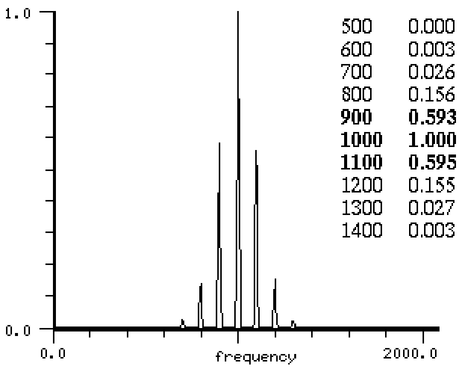


Fig. 4—Side-frequency amplitudes.

Wenn der Index nach oben streicht, wird die Energie allmählich nach außen in Seitenbänder höherer Ordnung geleitet; das ist der ursprünglich spannende, **jetzt extrem nervige "FM-Sweep".** Das Wichtigste für diese Bessel-Funktionen ist, dass die spektrale Energie umso stärker gestreut wird, je höher der Index ist – **normalerweise ein hellerer Klang.**

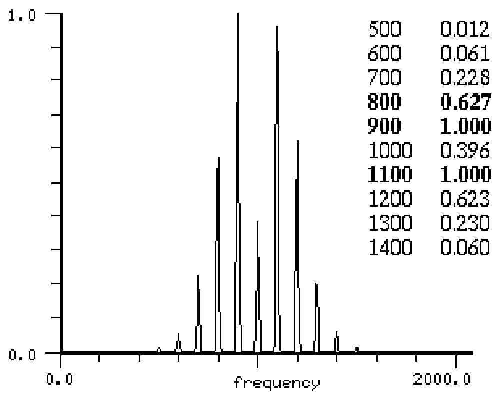
Träger=1000, mod=100, Index=1,0



J0(1.0) = 0.765 -> 1.0 (*)
J1(1.0) = 0,440 -> 0,575
J2(1.0) = 0.115 -> 0.150
J3(1.0) = 0,019 -> 0,025
J4(1.0) = 0,002 -> 0,003

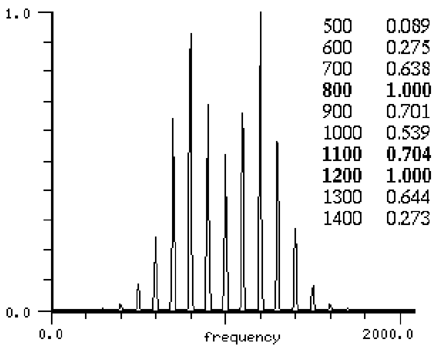
(* Jn-Werte auf Übereinstimmung normiert die oben angegebenen Spitzenwerte)

Träger=1000, mod=100, Index=2.0



J0(2,0) = 0,224 -> 0,388 (*)
J1(2.0) = 0.577 -> 1.0
J2(2,0) = 0,353 -> 0,611
J3(2.0) = 0.129 -> 0.223
J4(2.0) = 0,034 -> 0,058
J5(2.0) = 0,007 -> 0,012
J6(2.0) = 0,001 -> 0,002
(Eine größere FFT reduziert die Fehlanpassung)

Träger=1000, mod=100, Index=3.0



J0(3.0) = -0.260 -> -0.534 (*)
J1(3,0) = 0,339 -> 0,697
J2(3.0) = 0.486 -> 1.0
J3(3.0) = 0.309 -> 0.635
J4(3.0) = 0.132 -> 0.271
J5(3.0) = 0.043 -> 0.088
J6(3.0) = 0,011 -> 0,023

info@udomatthias.com

Es gibt eine Faustregel, die Regel von Herrn Carson,

über die Gesamtbandbreite des resultierenden Spektrums (sie folgt aus unserer Beschreibung

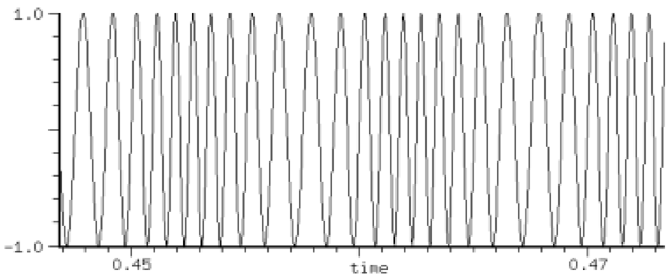
der Bessel-Funktionen):

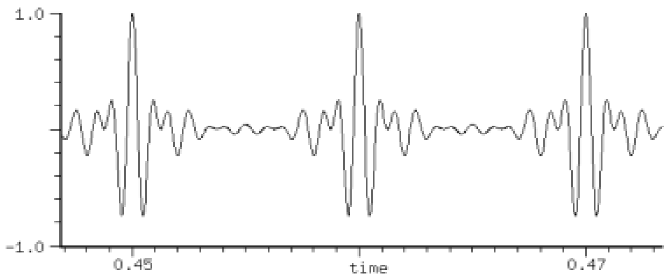
➔Grob gesagt gibt es fm-index+1 signifikante Seitenbänder auf jeder Seite des Trägers, also ist unsere Gesamtbandbreite mehr oder weniger

2 * Modulator-Frequenz * (fm-Index + 1)

Dies ist eine gute Näherung – 99% der Signalleistung liegen innerhalb ihrer Grenzen. Um das umzukehren**, können wir die Gefahr von Aliasing reduzieren**, indem wir den FM-Index auf ungefähr (srate/2 - Trägerfrequenz) / Modulator_Frequenz begrenzen; Verwenden Sie srate/4, um sicherer zu sein. (**Mr. Carsons Meinung zu FM:** "Diese Modulationsmethode verzerrt von Natur aus ohne jegliche kompensierende Vorteile").

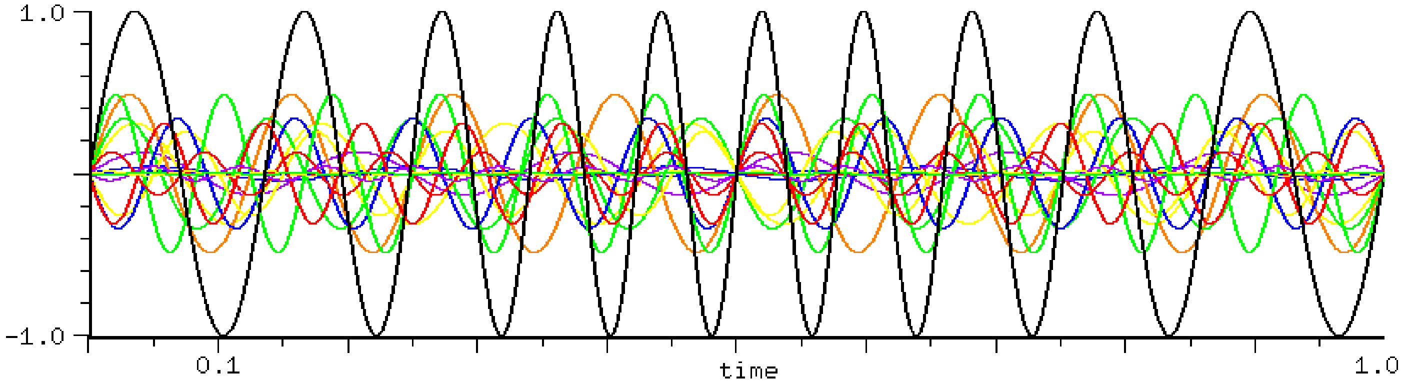
Ein versteckter Aspekt der FM-Expansion besteht darin, dass sie eine Zeitbereichswellenform erzeugt, die nicht "stachelig" ist. Wenn wir Kosinus bei den durch die Bessel-Funktionen gegebenen Amplituden addieren (unter Verwendung der additiven Synthese, um das gleiche Größenspektrum wie bei FM zu erzeugen), erhalten wir eine ganz andere Wellenform. **Klingt die FM-Version nicht satter und vor allem lauter?**





FM-Wellenform (Index: 3,0) vs. Summe der Kosinus mit den gleichen (relativen) Komponentenamplituden

Aus einer Sicht (betrachtet man FM als Änderung der Phase, die an die Sinusfunktion übergeben wird), ist es offensichtlich, dass die Ausgangswellenform so gut sein sollte, aber wenn man sie von ihren Komponenten aus betrachtet, erscheint es mir wie ein kleines Wunder, dass es gibt eine Reihe von Amplituden (mit freundlicher Genehmigung der Bessel-Funktionen), die so perfekt zusammenpassen. Hier ist ein Versuch, die 15 Hauptkomponenten mit ihrer Summe in Schwarz grafisch darzustellen:



Dann ist da die ewige Frage "Warum funktioniert Bessel?". Die meisten Erklärungen beginnen mit $e^{iz\cos\theta} = \sum i^n J_n(z)\, e^{in\theta}$: *obscurum per obscurius* ! Ein anderer Weg könnte sein, mit $\frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$, einer Definition von Sinus, zu beginnen und die "e^(ix)"-Begriffe "t" zu nennen, dann beinhaltet cos(sin) Begriffe wie $e^{\frac{1}{2}(t-\frac{1}{t})}$, was eine (verschachtelte) Möglichkeit ist, Bessel-Funktionen zu definieren. Oder vielleicht am direktesten, beginnen Sie mit der oben angegebenen Formel für Jn(B) (dem Integral) und sagen Sie "wir wollen cos(sin) als Summe von Kosinus erweitert, und wir definieren Jn als den n-ten Koeffizienten in dieser Summe" . Dies war der Ansatz von Bessel und anderen Mathematikern des 19. Jahrhunderts, aber aus irgendeinem Grund ist er nicht sehr zufriedenstellend. Vielleicht kann die Geschichte helfen? Diese Funktionen wurden von Daniel Bernoulli (die Schwingungen einer schweren Kette, 1738), Euler (die Schwingungen einer Membran, 1764), Lagrange (Planetenbewegung, 1770) und Fourier (die Bewegung der Wärme in einem Zylinder, 1822) untersucht. ; Bessel studierte sie im Kontext der Keplerschen Gleichung und schrieb 1824 eine Monographie über sie**. Für eine Erklärung des Zusammenhangs zwischen Planetenbewegung und FM siehe Benson, „Music:A Mathematical Offering".**

Der Vollständigkeit halber **hier eine Ableitung nach Gray und Mathews,** "A Treatise on Bessel Functions":

$$\text{define } J_n(x) = \sum_0^\infty \frac{(-1)^s x^{n+2s}}{2^{n+2s} s!(n+s)!} \quad \text{now } e^{\frac{x}{2}(t-\frac{1}{t})} = \left(e^{\frac{xt}{2}}\right)\left(e^{\frac{-x}{2t}}\right) = \left(\sum_0^\infty \frac{x^r t^r}{2^r r!}\right)\left(\sum_0^\infty \frac{(-1)^s x^s t^{-s}}{2^s s!}\right) = \sum\sum \frac{(-1)^s x^{r+s} t^{r-s}}{2^{r+s} r! s!} = \sum_{-\infty}^\infty J_n(x) t^n \quad \text{and let } t = e^{i\phi}$$

einfache FM-Beispiele

Hier ist ein einfaches FM-Instrument:

```
(define* (fm beg dur freq amp mc-ratio index (index-env '(0 1 100 1)))
  (lass* ((start (Sekunden->Samples beg))
        (Ende (+ Start (Sekunden->Samples Dauer)))
        (cr (Make-Oscil-Freq))
        (md (Make-Oszil (* Frequenz mc-Verhältnis)))
        (fm-index (hz->radians (* index mc-ratio freq)))
        (ampf (make-env index-env :scaler amp :duration dur))
        (indf (make-env index-env :scaler fm-index :duration dur)))
    (mache ((ich fange an (+ ich 1)))
      ((= ich ende))
     (outa i (* (env ampf) ; Amplitude env
            (oszil cr (* (env indf) ; Träger + Modulation env
                    (oszil md))))))) ; Modulation
```

Ich habe eine Hüllkurve auf den fm-Index ("indf" oben) gelegt, um dynamische Spektren auszuprobieren ("dynamisch" bedeutet hier "verändern"). Machen Sie sich vorerst nicht zu viele Gedanken über die tatsächlichen Seitenbandamplituden. **Sie werden nicht immer mit Chownings Beschreibung übereinstimmen, aber wir werden irgendwann zu einer Erklärung kommen**.

```
(mit-Ton () (fm 0 1.0 100 .5 1.0 4.0))
```

ist Chownings erstes Beispiel. Tatsächlich handelt es sich um ein komplexes Spektrum (dh es hat viele Komponenten; versuchen Sie es mit einem Index von 0, um eine Sinuswelle zu hören, wenn Sie misstrauisch sind). Da unser Modulationsfrequenz-zu-Trägerfrequenz-Verhältnis (mc-Verhältnis oben) 1,0 beträgt, erhalten wir Seitenbänder bei Oberwellen des Trägers. Wenn wir ein mc-Verhältnis von 0,25 und einen Träger von 400 verwenden:

(mit-Ton () (fm 0 1.0 400 .5 0.25 4.0))

Am Ende haben wir die gleiche wahrgenommene Tonhöhe, da die Seitenbänder immer noch bei Vielfachen von 100 Hz liegen.

(mit-Ton () (fm 0 1.0 400 .5 1.1414 4.0))

hat unharmonische Seitenbänder. Die meisten echten Klänge scheinen sich im Verlauf einer Note zu ändern, und man dachte früher, dass die meisten dieser Veränderungen spektral seien. **Um ein sich änderndes Spektrum zu erhalten, müssen wir nur eine Hüllkurve auf den fm-Index legen:**

(mit-Ton () (fm 0 0.5 400 .5 1.0 5.0 '(0 0 20 1 40 .6 90 .5 100 0)))

einen **messingähnlichen Klang machen.**

In ähnlicher Weise schlägt Chowning vor, dass

(mit-Ton () (fm 0 1.0 900.5 1/3 2.0 '(0 0 6.5 10 1 90 1 100 0)))

ist ein **holzbläserähnlicher Ton,**

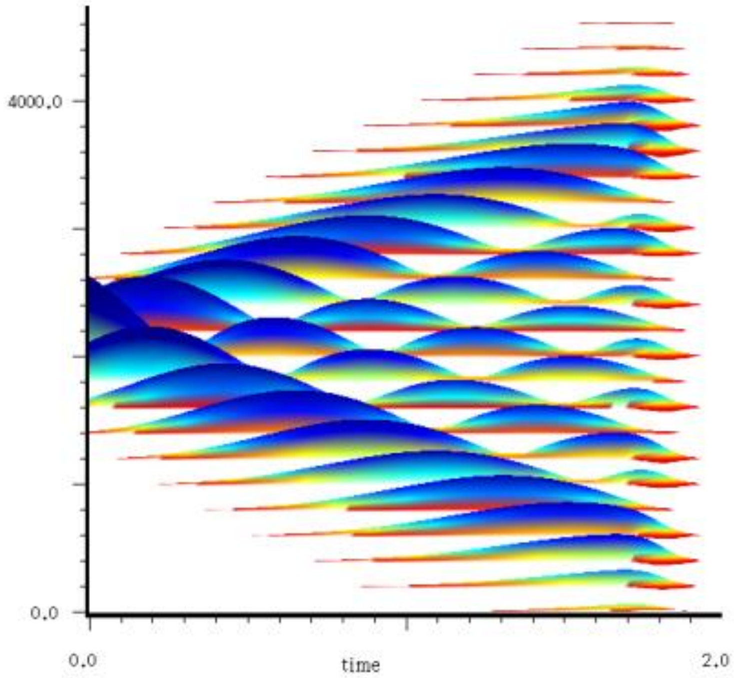
(mit-Ton () (fm 0 1.0 500 .5 .2 1.5 '(0 0 6.5 10 1 90 1 100 0)))

ist fagottartig, und schließlich

(mit-Ton () (fm 0 1.0 900.5 2/3 2 '(0 0 25 1 75 1 100 0)))

ist klarinettenartig.

Beginnen Sie nun bei 2000 Hz, stellen Sie das mc-Verhältnis auf .1 ein und bewegen Sie den FM-Index von 0 bis 10, und das Spektrogramm sieht so aus:



WOW!!

Es gibt viel Musik in einfachem FM. Sie erhalten ein vollständiges Spektrum mit geringem Rechenaufwand, und der Index bietet Ihnen eine einfache und intuitive Möglichkeit, dieses Spektrum zu ändern. Da die Spitzenamplitude des Ausgangs nicht durch das Modulationssignal beeinflusst wird (cos(x) liegt zwischen -1 und 1, egal was x ist, solange es real ist), können wir den Index mit wilder Hingabe herumdrehen. **Und da die Anzahl der signifikanten Komponenten im Spektrum nahezu proportional zum Index ist (Carson-Regel), können wir normalerweise mehr oder weniger vorhersagen, welchen Index wir für ein bestimmtes Spektralergebnis benötigen.**

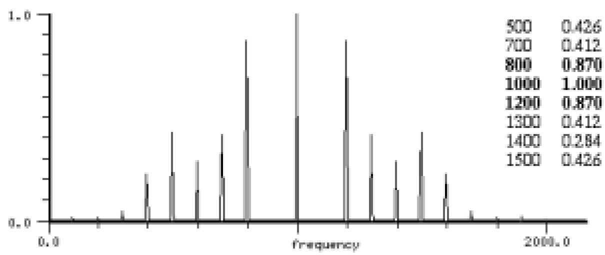
Ein etwas skurriles Nebenlicht: Es gibt kein Gesetz gegen ein modulierendes **Signal aus komplexen Zahlen**. In diesem Fall ist cos nicht mehr begrenzt, so dass die Ausgabe bei jedem Spitzenwert sein kann, aber wir erhalten immer noch FM-ähnliche Spektren. $J_n(ix) = i^n I_n(x)$, wobei "I" die modifizierte Bessel-Funktion ist. Wenn unser Index also rein imaginär ist, können wir cos(wc + bi sin wm)t als . entwickeln

$$\sum i^n I_n(b) \cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

Wenn unser Index a + bi ist, erhalten wir

$$\sum \sum i^k J_n(a) I_k(b) \cos(\omega_c + (n+k)\omega_m)t$$

Dies sieht ähnlich aus wie normales FM, jedoch **mit Normalisierungskopfschmerzen.** Vielleicht können wir uns die **Aufteilung zwischen Real- und Imaginärteil zunutze machen** – **unerforschtes Terrain!**



hier ist der Index 6+3i

info@udomatthias.com

Ich lasse mich davon mitreißen – wir müssen ein wenig zurückhalten

und eine Quelle der Verwirrung beseitigen. Wenn Sie sich das Spektrum unseres ersten

Beispiels ansehen und es mit dem von Chowning ermittelten Spektrum vergleichen, fragen Sie sich vielleicht, was schief Gelaufen ist. **Wir müssen zu unserem ursprünglichen Satz von Formeln zurückkehren. Wenn wir das bedenken:**

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$
$$\sin(\omega_c t + B \sin \omega_m t) = \sin \omega_c t \cos(B \sin \omega_m t) + \cos \omega_c t \sin(B \sin \omega_m t)$$

und unter Verwendung unserer vorherigen Formeln für die Erweiterung der Terme cos(sin) und sin(sin) mit der Identität:

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a-b) + \sin(a+b))$$

Wir sehen, dass wir immer noch ein um den Träger symmetrisches Spektrum haben, und die Amplitude und Frequenzen sind wie zuvor, aber die Anfangsphasen der Seitenbänder haben sich geändert. Unser Ergebnis ist jetzt

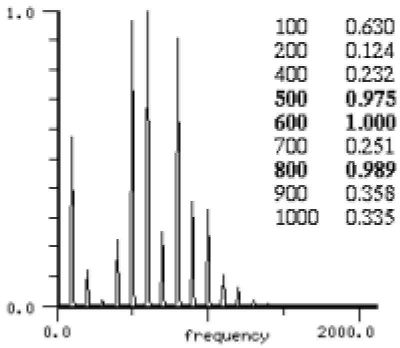
$$\sin(\omega_c t + B \sin \omega_m t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(B) \sin(\omega_c + n\omega_m)t$$

Dies ist Chownings Version der Erweiterung. Im Allgemeinen:

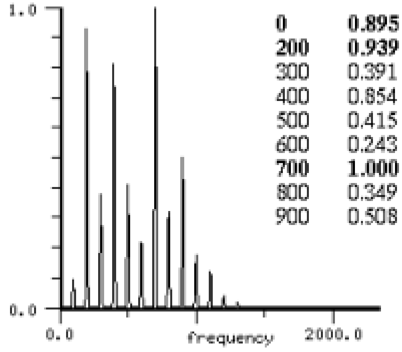
$$\cos(\omega_c t + B \sin(\omega_m t + \theta_m) + \phi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(B) \cos((\omega_c + k\omega_m)t + k\theta_m + \phi)$$

Unsere erste Reaktion ist: "Nun, was ist, wenn einer ein Sinus und der andere ein Cosinus ist – sie werden gleich klingen", aber wir sind voreilig. Was ist, wenn (zum Beispiel) der Modulator dieselbe Frequenz wie der Träger hat und sein Index (B) hoch genug ist, dass eine signifikante Energie bei auftritt $\omega_c - 2\omega_m = -\omega_c$? Wohin geht Energie bei einer negativen Frequenz? **Wir greifen noch einmal auf die Trigonometrie zurück:** $\sin(-x) = -\sin(x)$, aber $\cos(-x) = \cos(x)$, also addiert sich die negative Frequenzkomponente zur positiven Frequenzkomponente, wenn es sich um einen Kosinus handelt, wird jedoch subtrahiert, wenn es sich um einen Sinus handelt. Abhängig von den Anfangsphasen des Trägers und des Modulators erhalten wir ein unterschiedliches Muster von Auslöschungen. **Nehmen wir das CLM-Instrument**:

```
(define (pm beg dur freq amp fm-index mod-phase)
  (lass* ((start (Sekunden->Samples beg))
          (Ende (+ Start (Sekunden->Samples Dauer)))
          (cr (Make-Oscil-Freq))
          (md (Make-Oscil-Freq-Mod-Phase)))
   (mache ((ich fange an (+ ich 1)))
      ((= ich ende))
     (outa i (* amp (oszil cr 0.0
                (* fm-index (oscil md))))))))

(mit-Ton () (pm 0 1.0 100 .5 8 0))
(mit-Ton () (pm 0 1.0 100 .5 8 (* .5 pi)))
```



Mod-Phase = 0.0



Mod-Phase = pi/2

Es gibt einen kleinen Unterschied! Der Einfachheit halber verwenden wir die Phasenmodulation (die Integration in FM ändert die effektive Anfangsphase). Durch Variieren der relativen Phasen können wir aus **diesen Auslöschungen ein sich änderndes Spektrum erhalten**. Hier ist ein CLM-Instrument, das diesen (subtilen) Effekt zeigt:

```
(define (fm beg dur freq amp mc-ratio index)
  (lass* ((start (Sekunden->Samples beg))
          (Ende (+ Start (Sekunden->Samples Dauer)))
          (cr (Make-Oscil-Freq))
          (md (Make-Oszil (* Frequenz mc-Verhältnis)))
          (skewf (make-env (Liste 0.0 0.0 1.0 pi) :duration dur)))
    (mache ((ich fange an (+ ich 1)))
      ((= ich ende))
     (outa i (* amp (oscil cr 0.0 (* index (oscil md 0.0 (env skewf)))))))

(mit-Ton () (fm 0 2 100 0,5 1,0 30,0))
```

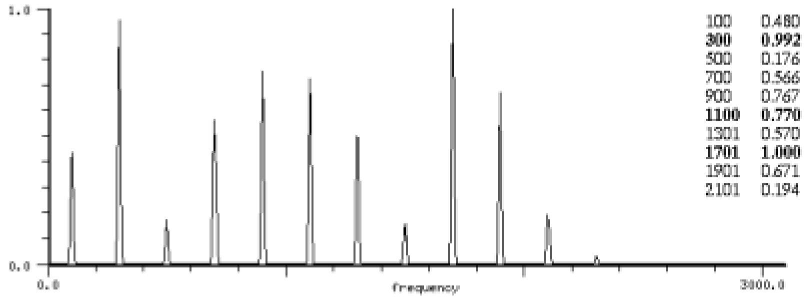
Die nächste Frage lautet: "Wenn wir Auslöschungen bekommen können, können wir dann mit den Phasen herumspielen und asymmetrische FM-Spektren erhalten?". Es gibt mehrere Ansätze; eine offensichtliche nutzt die Tatsache, dass:

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) + \cos(a+b))$$
$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$$

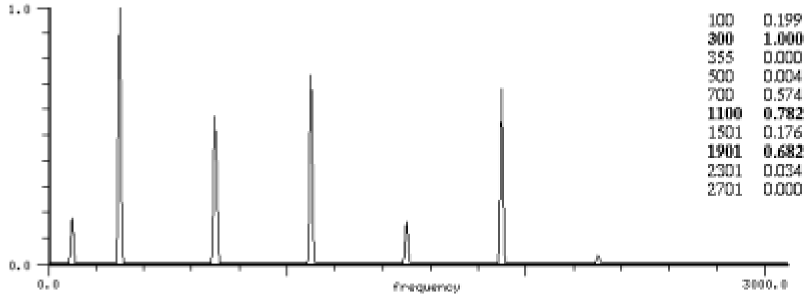
Wenn wir ein Spektrum B haben, das vollständig aus Sinus (oder vollständig Cosinus) besteht, können wir es mit Sinus A (oder Kosinus A) multiplizieren, die beiden resultierenden Spektren addieren und die (A + B)-Teile löschen. Leider schweben in diesem Fall einige lästige -1 herum, so dass wir **asymmetrische oder Lückenspektren erhalten**, aber nichts, was wir für ein Seitenband halten würden.

```
(define (pm-cancellation beg dur carfreq modfreq amp index)
  (lassen* ((cx 0.0)
          (mx 0,0)
          (car-incr (hz->radians carfreq))
          (mod-inkr (hz->radian modfreq))
          (Start (Sekunden->Samples beg))
          (stop (+ start (Sekunden->Samples dur))))
    (mache ((ich fange an (+ ich 1)))
          ((= ich höre auf))
     (outa i (* amp (- (* (cos cx) ; cos * Summe von cos
```

```
                                   (Sünde (* Index (cos mx))))
                                 (* (sin cx) ; sin * Summe der Sünde
                                   (* (sünde (* index (sin mx)))))))
      (set! cx (+ cx auto-inkr))
      (einstellen! mx (+ mx mod-incr)))))

(mit-Ton () (pm-Aufhebung 0 1 1000,0 100,0 0,3 9,0))
```



cos Seite für sich



beide Seiten (mit Stornierungen)

Ich mag die Geräusche, die wir von dieser Absage bekommen, wirklich; Ich kann nicht widerstehen, die folgenden Beispiele hinzuzufügen, die aus einer **Sammlung von "imaginären Maschinen"** stammen:

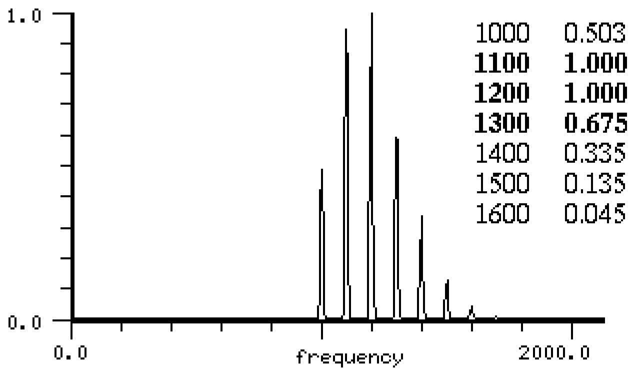
```
(definstrument (machine1 beg dur cfreq mfreq amp index gliss)
  (let* ((gen (make-fmssb cfreq mfreq :index 1.0)) ; definiert in generators.scm
                 (Start (Sekunden->Samples beg))
                 (stop (+ start (Sekunden->Samples dur)))
                 (ampf (make-env '(0 0 1 .75 2 1 3 .1 4 .7 5 1 6 .8 100 0) :base 32 :scaler amp :duration dur))
                 (indf (make-env '(0 0 1 1 3 0) :duration dur :base 32 :scaler index))
                 (frqf (make-env (if (> gliss 0.0) '(0 0 1 1) '(0 1 1 0))
             :duration dur :scaler (hz->radians (abs gliss)))))
    (mache ((ich fange an (+ ich 1)))
        ((= ich höre auf))
      (set! (gen 'index) (env indf))
      (outa i (* (env ampf) (fmssb gen (env frqf))))))

(mit-Ton (:play #t)
  (mache ((i 0,0 (+ ich .2)))
      ((>= ich 2.0))
    (Maschine1 i .3 100 540 0.5 4.0 0.0)
    (Maschine1 (+ i .1) .3 200 540 0.5 3.0 0.0))
  (mache ((i 0,0 (+ ich .6)))
      ((>= ich 2.0))
    (Maschine1 i .3 1000 540 0.5 6.0 0.0)
    (Maschine1 (+ i .1) .1 2000 540 0,5 1,0 0,0)))

(mit-Ton (:skaliert auf .5 :play #t)
  (let ((gen (make-rkoddssb 1000.0 2000.0 0.875)) ; definiert in generators.scm
```

```
               (noi (Marke 15000 .04))
               (gen1 (make-rkoddssb 100,0 10,0 0,9))
               (ampf (make-env '(0 0 1 1 11 1 12 0) :dauer 11.0 :scaler .5))
               (frqf (make-env '(0 0 1 1 2 0 10 0 11 1 12 0 20 0) :duration 11.0 :scaler (hz->radians 1.0))))
    (mache ((i 0 (+ ich 1)))
      ((= ich (* 12 44100)))
     (outa i (* (env ampf)
                    (+ (rkoddssb gen1 (env frqf))
                           (* .2 (sin (rkoddssb gen (rand noi)))))))))
 (mache ((i 0,0 (+ ich 2)))
   ((>= ich 10.0))
  (Maschine1 i 3 100 700 0,5 4,0 0,0)
  (Maschine1 (+ i 1) 3 200 700 0,5 3,0 0,0))
 (mache ((i 0.0 (+ ich 6)))
   ((>= ich 10.0))
  (Maschine1 i 3 1000 540 0,5 6,0 0,0)
  (Maschine1 (+ i 1) 1 2000 540 0,5 1,0 0,0)))
```

Einen anderen Ansatz, ebenfalls eine Form der Amplitudenmodulation, nennt Moorer in "Signal Processing Aspects of Computer Music":

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{a^k}{k!} \cos(x + ky) = e^{a \cos y} \cos(x + a \sin y)$$

Dies ist der rxyk!cos-Generator in generators.scm. Es erzeugt schöne einseitige Spektren. Wir mögen grummeln, dass die Seitenbandamplituden uns nicht viel Spielraum lassen, aber die Fakultät im Nenner überwältigt jede Exponentialfunktion im Zähler, sodass wir viele interessante Effekte erzielen können: zum Beispiel bewegte Formanten.



a: 2, x: 1000, y: 100

Palamin et al. haben in "A Method of Generating and Controlling Musical Asymmetrical Spectra" eine etwas kompliziertere Version entwickelt:

$$e^{\left(\frac{B}{2}(r-\frac{1}{r})\cos\omega_m t\right)} \sin(\omega_c t + \frac{B}{2}(r + \frac{1}{r}) \sin \omega_m t) = \sum r^n J_n(B) \sin(\omega_c t + n\omega_m t)$$

Aber die Spitzenamplitude dieser Formel ist schwer vorherzusagen; wir hätten lieber eine Summe von Kosinus:

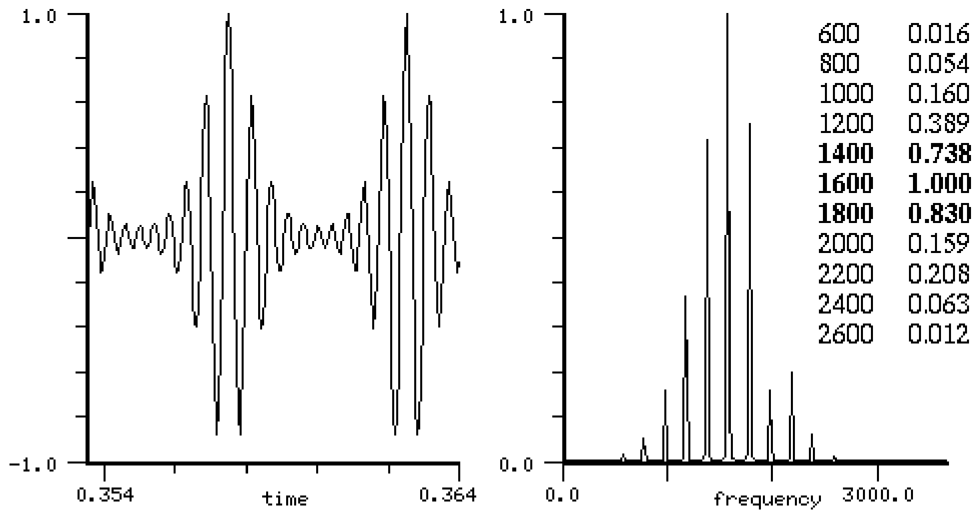
$$e^{(\frac{B}{2}(r-\frac{1}{r})\cos\omega_m t)}\cos(\omega_c t+\frac{B}{2}(r+\frac{1}{r})\sin\omega_m t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r^n J_n(B)\cos(\omega_c t+n\omega_m t)$$

damit wir es verwenden können

$$e^{\frac{B}{2}\left(r-\frac{1}{r}\right)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r^n J_n(B)$$

um die Ausgabe auf -1,0 bis 1,0 zu normalisieren. Das für ein gegebenes "r" erzeugte Spektrum wird von -1/r gespiegelt (man erinnere sich daran $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$).

```
(mit Geräuschen ()
  (let ((gen (make-asymmetrisch-fm 2000.0 :Verhältnis .2 :r 0.5)))
    (mache ((i 0 (+ ich 1)))
        ((= ich 20000))
      (outa i (asymmetrisch-fm gen 2.0)))))
```



$0.5^{-5} J_{-5}(2.0) = -0.225 \Rightarrow -0.160 \quad \text{(normalized to match fft)}$

$0.5^{-4} J_{-4}(2.0) = 0.544 \Rightarrow 0.385$

$0.5^{-3} J_{-3}(2.0) = -1.031 \Rightarrow -0.730$

$0.5^{-2} J_{-2}(2.0) = 1.411 \Rightarrow 1.0$

$0.5^{-1} J_{-1}(2.0) = -1.153 \Rightarrow -0.817$

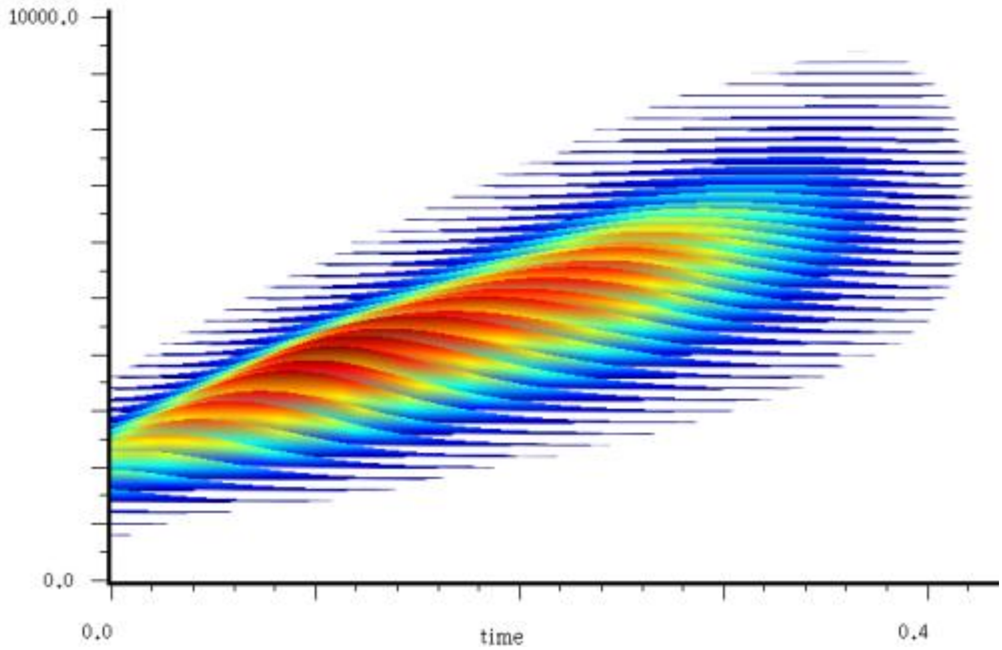
$0.5^{0} J_{0}(2.0) = 0.224 \Rightarrow 0.159$

$0.5^{1} J_{1}(2.0) = 0.288 \Rightarrow 0.204$

$0.5^{2} J_{2}(2.0) = 0.088 \Rightarrow 0.062$

Wir können eine Hüllkurve(Envelope) entweder auf den Index oder auf "r" setzen;

der Index beeinflusst, wie breit das Spektrum ist, und "r" beeinflusst seine Anordnung relativ zum Träger (was den Effekt eines sich bewegenden Formanten ergibt). Hier streichen wir "r" von -1,0 bis -20,0, mit einem Index von 3, einem m/c-Verhältnis von 0,2 und einem Träger bei 1000 Hz:



komplexe FM: sin(sin+sin)

Bisher haben wir nur eine Sinuskurve für den Modulator verwendet; Was ist, wenn wir es zu einem komplizierteren Signal machen? **Auch hier kann die Trigonometrie zur Erweiterung verwendet werden**

$$\sin(\omega_c t + B_1 \sin \omega_{m1} t + B_2 \sin \omega_{m2} t)$$

Das modulierende Signal besteht nun aus zwei Sinuskurven (nicht verzweifeln; dies ist eine abschließende Reihe). Da der Sinus nicht linear ist (es ist $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots$), ist dies nicht dasselbe wie

$$\sin(\omega_c t + B_1 \sin \omega_{m1} t) + \sin(B_2 \sin \omega_{m2} t)$$

Im zweiten Fall addieren wir nur die beiden einfachen FM-Spektren, aber im ersten Fall erhalten wir eine komplexere Mischung mit allen Summen und Differenzen der modulierenden Frequenzen. Diese Summen- und **Differenztöne ("Intermodulationsprodukte")** sind nicht auf FM beschränkt.

➔Jede nichtlineare Synthesetechnik erzeugt sie. Da es nichtlinear ist, muss es etwas haben, das eine andere Potenz seiner Eingabe als 0 oder 1 beinhaltet; Wenn wir zum Beispiel sin a + sin b einspeisen, erzeugt dieser Ausdruck nicht nur (sin a)^n und (sin b)^n, sondern alle möglichen Dinge, die sin a * sin b (in verschiedenen Potenzen) beinhalten, und dies erzeugt Dinge wie cos(a+b) und cos(ab).

Für eine weniger impressionistische Ableitung des Spektrums siehe Le Brun, "A Derivation of the Spectrum of FM with a Complex Modulating Wave". Das Ergebnis kann ausgedrückt werden:

$$\sin(\omega_c t + B_1 \sin \omega_{m1} t + B_2 \sin \omega_{m2} t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_i(B_1) J_k(B_2) \sin(\omega_c + i\omega_{m1} + k\omega_{m2})t$$

Für die Berechnung der resultierenden Seitenbandamplituden können wir jede Menge Freizeit aufbrauchen – **siehe den unsterblichen Klassiker: Schottstaedt, "The Simulation of Natural Instrument Tones Using Frequency Modulation with a Complex Modulating Wave".**

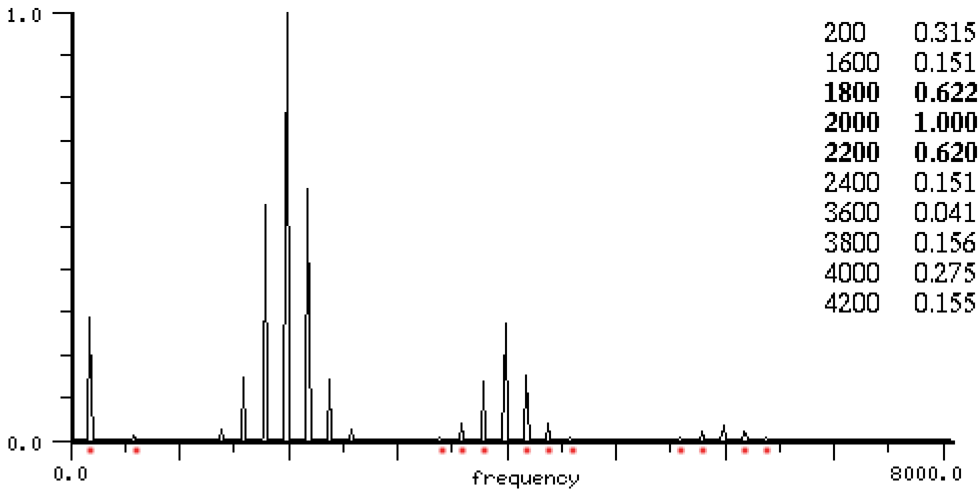
(In dsp.scm gibt es eine Funktion, die das für Sie erledigt: fm-parallel-component). In einfachen Fällen wird das Spektrum durch die zusätzlichen modulierenden Komponenten abgeflacht und gespreizt (siehe unten und **ncos** für Diskussionen über sehr unterschiedliche nicht so einfache Fälle).

Im Allgemeinen:

$$\cos\left(\omega_c t + \left(\sum_{i=1}^{k} B_i \sin(\omega_i t + \theta_i)\right) + \phi\right) = \sum_{k_k} \cdots \sum_{k_1} \left(\prod_{i=1}^{k} J_{k_i}(B_i)\right) \cos\left(\omega_c t + \left(\sum_{i=1}^{k} k_i(\omega_i t + \theta_i)\right) + \phi\right)$$

Ein CLM-Instrument, um dies zu erzeugen, ist:

```
(define (fm beg dur freq amp MC-Verhältnisse Indizes Träger-Phase Mod-Phasen)
  (lass* ((start (Sekunden->Samples beg))
           (Ende (+ Start (Sekunden->Samples Dauer)))
           (cr (Make-Oscil-Frequenz Träger-Phase))
     (n (Länge mc-Verhältnisse))
     (Modulatoren (Make-Vektor n))
     (fm-Indizes (Make-Float-Vektor n)))
   (mache ((i 0 (+ ich 1)))
          ((= in))
    (set! (Modulatoren i) (Make-Oscil (* Freq (mc-Verhältnis i)) (Mod-Phasen i)))
    (set! (fm-indizes i) (hz->radians (* freq (indices i) (mc- ratios i)))))
   (mache ((ich fange an (+ ich 1)))
     ((= ich ende))
    (lass ((Summe 0.0))
     (tun ((k 0 (+ k 1)))
           ((=kn))
          (set! Summe (+ Summe (* (fm-Indizes k) (Oszil (Modulatoren k))))))
          (outa i (* amp (oszil cr sum)))))))

(mit-Ton () (fm 0 2.0 440 .3 '(1 3 4) '(1.0 0.5 0.1) 0.0 '(0.0 0.0 0.0)))
```



200	0.315
1600	0.151
1800	**0.622**
2000	**1.000**
2200	**0.620**
2400	0.151
3600	0.041
3800	0.156
4000	0.275
4200	0.155

200Hz ist -0,106 (i = -1, k = -1)
-0,106 (i = -1, k = 1)
-0,213 -> 0,306 normalisiert

2000Hz: -0,023 (i = -2, k = 0)
0,718 (i = 0, k = 0)
0,695 -> 1,0 normalisiert

1800Hz: -0,013 (i = -2, k = 1)
-0,413 (i = 0, k = -1)
-0.426 -> 0.614 normalisiert

i ist der 2000-Hz-Teil, k der 200-Hz-Anteil, rote Punkte markieren reine Summen-/Differenztöne

(mit-Ton () (fm 0 2.0 2000 .5 '(1 .1) '(0.5 1.0) 0.0 '(1.855 1.599)))

Mein bevorzugtes Computerinstrument, die FM-Violine, verwendet drei sinusförmige Komponenten in der modulierenden Welle;

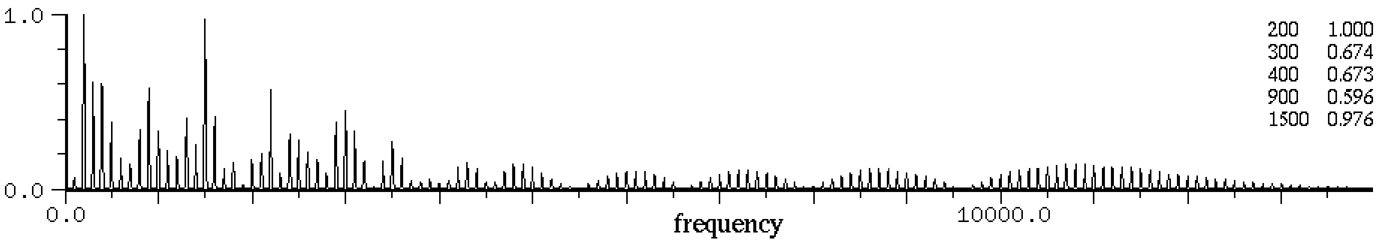
für komplexere Spektren werden diese Geigen dann zusammengefaßt (siehe fmviolin.clm für viele Beispiele).

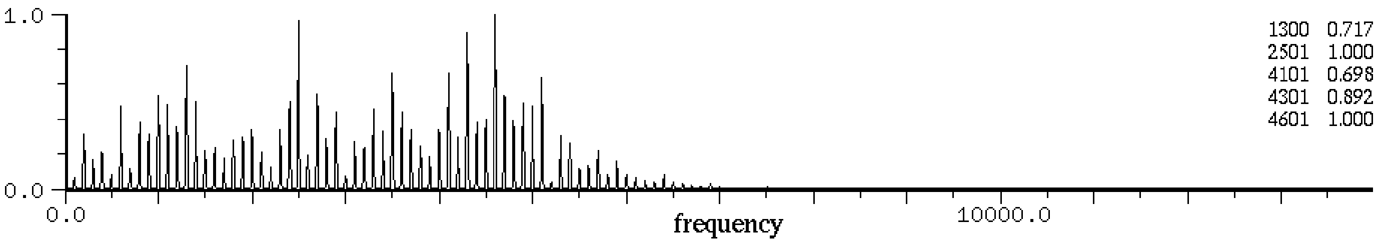
Durch die Verwendung von ein paar Sinustönen im Modulator kommt man von dem lästig gewordenen einfachen FM-Index-Sweep weg und das breitere, flachere Spektrum kommt dem einer echten Geige etwas näher. Eine abgespeckte Version der fm-Violine ist:

```
(define (Violine beg dur Frequenzamplitude fm-Index)
 (lass* ((start (Sekunden->Samples beg))
          (Ende (+ Start (Sekunden->Samples Dauer)))
          (frq-scl (Hz->Radiant-Frequenz))
    (maxdev (* frq-scl fm-index))
    (index1 (* maxdev (/ 5.0 (log-Frequenz))))
    (Index2 (* maxdev 3.0 (/ (- 8.5 (log Frequenz)) (+ 3.0 (/ Frequenz 1000)))))
    (index3 (* maxdev (/ 4.0 (Quadratfrequenz))))
    (Träger (Make-Oscil-Frequenz))
    (fmosc1 (Make-Oscil-Frequenz))
    (fmosc2 (Make-Oszil (* 3 Frequenz)))
    (fmosc3 (Make-Oszil (* 4 Frequenz)))
    (ampf (make-env '(0 0 25 1 75 1 100 0) :Skalliereramplitude :Dauer Dauer))
    (indf1 (make-env '(0 1 25 .4 75 .6 100 0) :scaler index1 :duration dur))
    (indf2 (make-env '(0 1 25 .4 75 .6 100 0) :scaler index2 :duration dur))
    (indf3 (make-env '(0 1 25 .4 75 .6 100 0) :scaler index3 :duration dur))
    (pervib (Make-Dreieck-Welle 5 :Amplitude (* 0,0025 frq-scl)))
    (ranvib (make-rand-interp 16 :Amplitude (* .005 frq-scl))))
  (mache ((ich fange an (+ ich 1)))
    ((= ich ende))
   (lassen ((vib (+ (Dreieck-Welle pervib) (rand-interp ranvib))))
          (outa i (* (env ampf)
                (Schwingträger
```

```
                (+ vib
                        (* (env indf1) (oscil fmosc1 vib))
                        (* (env indf2) (oscil fmosc2 (* 3.0 vib)))
                        (* (env indf3) (oscil fmosc3 (* 4.0 vib))))))))))

(mit-Ton () (Violine 0 1.0 440 .1 1.0))
```

Es gibt einen überraschenden Aspekt der parallelen FM-Gleichung. Da wir mit den Anfangsphasen der Komponenten des modulierenden Signals herumspielen können, können wir sehr unterschiedliche Spektren von modulierenden Signalen mit dem gleichen Betragsspektrum erhalten. In den nächsten beiden Diagrammen handelt es sich in beiden Fällen um ein Modulationssignal, **das aus 6 harmonisch** verwandten Sinusoiden gleicher Amplitude besteht, aber der erste verwendet alle Kosinus und der zweite verwendet eine Reihe von Anfangsphasen, die die Spitzenamplitude des Modulationssignals minimieren:





Kaskade FM: sin(sin(sin))

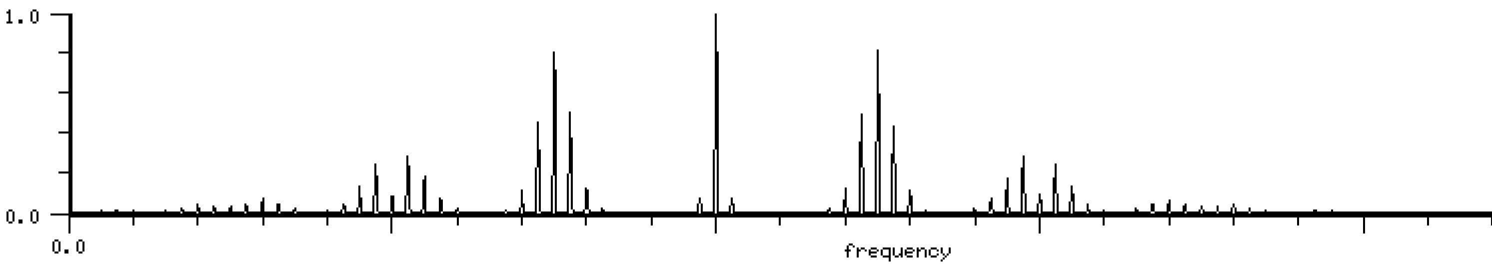
Wir können natürlich FM (oder etwas anderes) verwenden, um das Modulationssignal zu erzeugen. Wenn FM verwendet wird, wird es manchmal als "Kaskaden-FM" bezeichnet:

$$\sin(\omega_c t + B_1 \sin(\omega_{m1} t + B_2 \sin(\omega_{m2} t)))$$

In CLM:

```
(* A (Schwingträger (* B (Schwingmodulator) (* C (Schwingkaskade))))))
```

Jede Komponente des unteren Oszillatorpaares ist vom Spektrum des oberen Oszillatorpaares umgeben, eine Art Formantregionen.



Osc A: 2000 Hz, Osc B: 500 Hz, Index 1,5, Osc C: 50 Hz, Index 1,0

Die Ähnlichkeit von Kaskaden-FM und Parallel-FM ist kein Zufall:

$$\sin(\omega_c t + B_1 \sin(\omega_{m1} t + B_2 \sin(\omega_{m2} t))) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_n(B_1) J_k(nB_2) \sin(\omega_c + n\omega_{m1} + k\omega_{m2})t$$

Leider können FM und PM Energie bei 0 Hz erzeugen (wenn beispielsweise die Trägerfrequenz gleich der Modulationsfrequenz ist), und bei FM wird diese 0 Hz-Komponente zu einem konstanten Offset im Phaseninkrement (der "Momentanfrequenz") der äußeren oder untersten Träger. **Unsere Grundfrequenz hat keinen offensichtlichen Bezug mehr zu ω_c! Das heißt, wir können unsere Kaskadenformel (im Fall sin(x + cos(sin))) erweitern zu:**

$$\sin\left(\omega_c t + \int_0^t \sum J_n(B) \cos(\omega_{m1} + n\omega_{m2}) t \, \mathrm{d}t\right)$$

aber jetzt, wann immer die $\omega_{m1} = -n\omega_{m2}$, erhalten wir $J_n(B)\cos(0) = J_n(B)$, und der Träger wird um versetzt (radians->hz (bes-jn B)), d. h. (Jn(B) * srate / (2 * pi)). Zum Beispiel, wenn wir(oscil gen 0.05), wobei wir alles außer dem konstanten (DC)-Term (in diesem Fall 0,05) weggelassen haben, erzeugt diese Schwingung eine Sinuswelle bei ihrer Nennfrequenz + (Radiant -> Hz 0,05), ein Offset von etwa 351 Hz **bei 44100 Hz Abtastrate.**

Dieser zusätzliche Offset könnte eine Katastrophe sein, denn in den meisten Fällen, in denen uns die wahrgenommene Grundwelle wichtig ist, versuchen wir, harmonische Spektren zu erzeugen, und das ist schwieriger, wenn unser Modulator/Träger-Verhältnis vom aktuellen FM-Index abhängt. Wenn Sie niedrige Indizes verwenden und die mc-Verhältnisse des Top-Paares unter 1,0 liegen (z. B. im Vibrato), haben Sie gute Chancen, brauchbare Ergebnisse zu erzielen. Wenn Sie möchten, dass Cascade FM in anderen Situationen funktioniert, stellen Sie sicher, dass die obere Schwingung eine Anfangsphase von (pi + mod-incr)/2 hat. **Das mittlere FM-Spektrum hat dann nur noch Sinus (kein Kosinus), so dass von der DC-Komponente gründlich abgeraten wird. Oder verwenden Sie stattdessen Phasenmodulation; in diesem Fall haben wir effektiv (oscil gen 0.0 0.05), die keinen Einfluss auf die Tonhöhe hat, aber die Phase um eine Konstante (0,05) versetzt, normalerweise keine große Sache.**

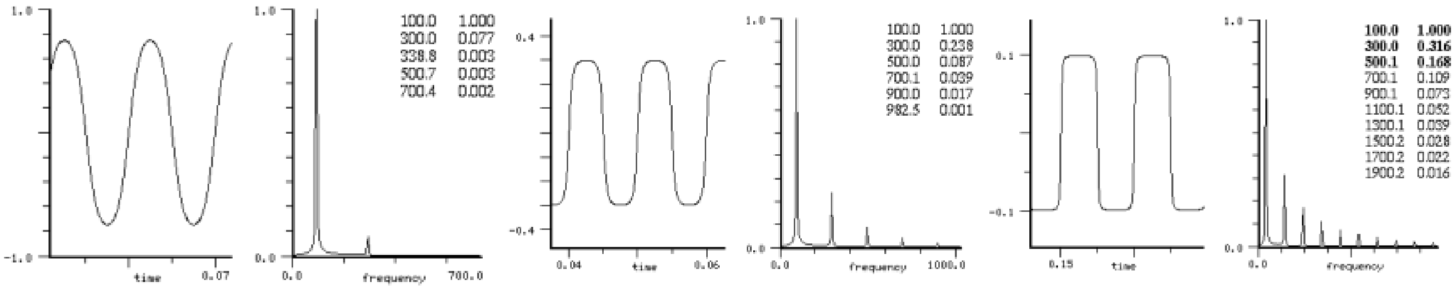
Der jähzornige Leser murrt vielleicht über Engel und Nadeln, daher ist hier ein Beispiel für Kaskaden-FM, um zu zeigen, wie stark dieser Effekt ist:

```
(define (Kaskade beg dur freq amp modrat modind casrat casind caspha)
  (lass* ((start (Sekunden->Samples beg))
          (Ende (+ Start (Sekunden->Samples Dauer)))
          (cr (Make-Oscil-Freq))
          (md (make-oscil (* freq modrat)))
          (ca (make-oscil (* freq casrat) caspha))
          (fm-ind0 (hz->Radiant (* modind modrat freq)))
          (fm-ind1 (hz->radian (* casind casrat freq))))
    (mache ((ich fange an (+ ich 1)))
      ((= ich ende))
     (outa ich (* amp
          (oszil cr (* fm-ind0
               (oszil md (* fm-ind1
                    (oszil ca))))))))))
```

(mit Geräuschen ()
  (Kaskade 0 1.0 400 .25 1.0 1.0 1.0 1.0 0)
  (Kaskade 1,5 1,0 400 0,25 1,0 1,0 1,0 1,0 (* 0,5 pi)))

;;; Bereinigen Sie es, indem Sie die anfängliche Phase ohne Gleichstrom verwenden:
(mit Geräuschen ()
  (Kaskade 0 1.0 400 .25 1 1.0 1 1.0 (* 0.5 (+ pi (hz->Radiant 400)))))

Warum bei drei Sünden aufhören? Hier ist ein Experiment, das sin(sin(sin...)) k-mal aufruft; es scheint sich einer Rechteckwelle zu nähern, wenn k in die Stratosphäre eindringt:



k=3 k=30 k=300

Wenn wir hier "cos" anstelle von "sin" verwenden, erhalten wir eine Konstante, wie Bill Gosper gezeigt hat:

$$z\cos(z\cos(z\cdots)) = 2\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{J_{2k+1}((2k+1)z)}{2k+1} \qquad z < 1.27$$

Wenn z über 1,27 ansteigt, erhalten wir eine Rechteckwelle, dann eine Periodenverdopplung und schließlich (ca. 1,97) Chaos.

➔Rückkopplung FM: sin(x=sin(x)) - in der Technik alles andere als das!! ➔ Tod des Systems!!

Ein ähnlicher Trick tritt bei der Feedback-FM auf, die in einigen Synthesizern verwendet wird. Hier wird der Ausgang des Modulators in seinen Eingang zurückgeführt:

sin(y <= w + B sin y)

Dies wird von Tomisawa erweitert als:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{nB}J_n(nB)\sin n\omega_c t$$

solche Formeln kann man leicht programmieren ➔ deshalb numerische Mathematik für Informatiker ist praktisch anwendbar!!

Wie Tomisawa hervorhebt, ist dies den anderen FM-Formeln sehr ähnlich, außer dass das Argument für die Bessel-Funktion von der Ordnung abhängt, wir in der Entwicklung nur Vielfache der Trägerfrequenz haben und die Elemente der Folge mit 2 . multipliziert werden /nB. Das Ergebnis ist ein viel breiteres, flacheres Spektrum, als Sie es normalerweise von FM erhalten. Wenn Sie den Index bei normaler FM einfach nach oben schieben, wird die Energie klumpig nach außen gedrückt, nicht gleichmäßig über das Spektrum verteilt.

info@udomatthias.com

Tatsächlich haben wir die Achse der Bessel-Funktionen so gedreht, dass die Funktionen höherer Ordnung fast gleichzeitig mit den Funktionen niedrigerer Ordnung beginnen. Die neue Funktion Jn(nB) nimmt (sehr!) allmählich ab. Zum Beispiel, wenn der Index (B) 1 ist:

$$\begin{aligned} J_1(1) &= .440 \\ J_2(2) &= .353 \\ J_3(3) &= .309 \\ J_{200}(200) &= .076 \\ J_{2000}(2000) &= .035 \end{aligned}$$

Da der andere Teil der Gleichung als 1/n abfällt, erhalten wir im Wesentlichen eine Sägezahnwelle aus dieser Gleichung (seine Harmonischen gehen als 1/n ab). Tomisawa schlägt vor, dass B zwischen 0 und 1,5 liegen sollte. **Da wir in der Gleichung durch B dividieren, könnten wir uns Sorgen machen, dass die Hölle losbricht, wenn B in Richtung 0 geht, aber zum Glück**

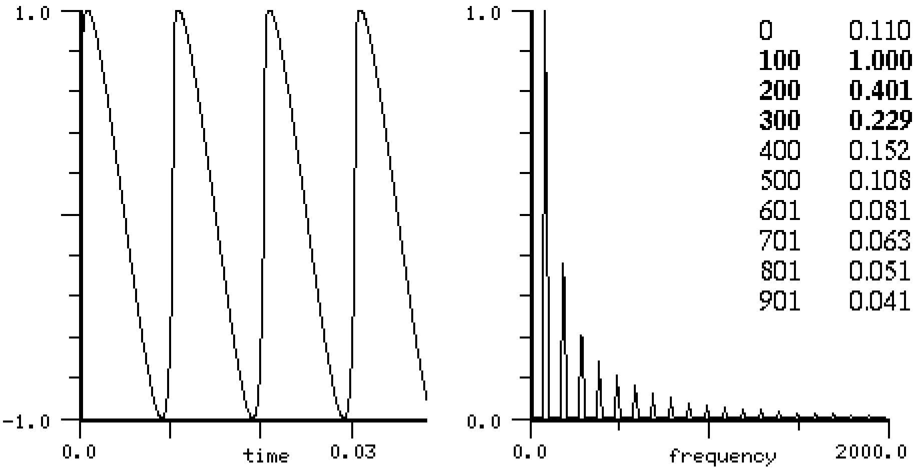
$$\lim_{B\to 0} \frac{2}{B} J_1(B) = 1$$

und für alle anderen Komponenten

$$\lim_{B\to 0} \frac{2}{nB} J_n(nB) = 0$$

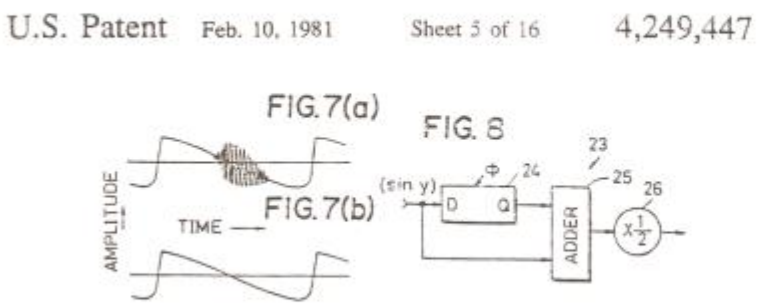
Wenn der Index also 0 ist, erhalten wir wie bei normaler FM eine reine Sinuswelle.

```
(define (feedbk beg dur freq amp index)
  (lass* ((start (Sekunden->Samples beg))
                 (Ende (+ Start (Sekunden->Samples Dauer)))
                 (ja 0,0)
                 (x-inkr (hz->radian freq)))
    (mache ((ich fange an (+ ich 1))
         (x 0.0 (+ x x-inkr)))
        ((= ich ende))
      (setze! y (+ x (* index (sin y))))
      (outa i (* amp (sin y))))))

(mit-Ton () (feedbk 0 1 100,0 1,0 1,0))
```



2/1 J1(1) = 0,880 -> 1,000 (normiert auf fft)
2/2 J2(2) = 0,353 -> 0,401
2/3 J3(3) = 0,206 -> 0,234
2/4 J4(4) = 0,141 -> 0,159
2/5 J5(5) = 0,104 -> 0,118
2/6 J6(6) = 0,082 -> 0,093
2/7 J7(7) = 0,066 -> 0,076

Warum zeigt die FFT eine 0-Hz-Komponente? **Das Erhöhen der Abtastrate** oder das Verringern der Trägerfrequenz reduziert diese Komponente, ohne die anderen zu beeinflussen, aber eine Tiefpassfilterung des Ausgangs hat keinen Einfluss darauf **(daher ist es unwahrscheinlich, dass es sich um ein Aliasing-Artefakt handelt,** das bei Feedback-FM ein echtes Problem darstellt). Ändern Sie den Sinus in Cosinus (* amp (sin y))und plötzlich gibt es eine Menge DC. Spielen Sie mit der Anfangsphase in dieser Zeile, und es gibt immer eine Auswahl, die sie auf 0,0 reduziert. **Stöhnen – es scheint ein weiteres "Zentrierungsproblem" zu sein, aber ich habe die Zauberformel noch nicht gefunden (ein vernünftiger Versuch ist: -(phase-incr^(1-(B/3)))).**



Tomisawas Bild des Lärms

Warum erzeugt ein Index über 1,0 Rauschausbrüche? Jeder Burst tritt auf, wenn die Modulatorphase ein ungerades Vielfaches von pi durchläuft (wobei der Sinus mit zunehmender Phase negativ wird). Da der Index (B) hoch genug ist, ist die Änderung zwischen aufeinanderfolgenden Abtastwerten in (B * sin(y)) schließlich betragsmäßig größer als das Phaseninkrement. Wenn dies auf der abfallenden Sinuskurve passiert, ist B * sin(y) + Phaseninkrement (unser gesamtes Phaseninkrement) beim aktuellen Sample so viel negativer als beim vorherigen, dass die Phase tatsächlich gesichert wird. **(Dies ist verwirrend zu analysieren, da die Rückkopplung an diesem Punkt der Kurve die Phase bereits zurückhält**. Wir müssen also einen Punkt erreichen, an dem die Zunahme der Sicherung die Zunahme bei diesem Sample überwältigt, wodurch die Gesamtphase darüber hinaus gesichert wird seinen vorherigen zurückbehaltenen Wert). Die Modulatorphase geht also zurück in den weniger negativen Teil der Sinuskurve:

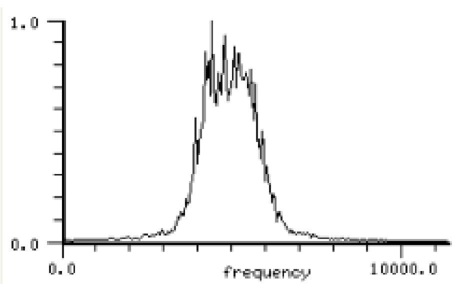
unser nächster y-Wert ist weniger negativ (er kann sogar positiv sein)! Aber jetzt ist auch B * sin(y) weniger negativ, also schlingert uns das Phaseninkrement vorwärts, und y ist jetzt noch negativer. Wir haben begonnen, die Sinuskurve im Zick-Zack herunterzufahren. Je nach Index kann dieses Prellen jede Amplitude erreichen und irgendwo nach dem Höhepunkt der Kurve beginnen. Schließlich verringert sich die Sinussteigung (wenn sie ihren Boden erreicht), **die Gesamtphase holt auf und das Prellen (Technik) stoppt für diesen Zyklus. Das Rauschen ist kein Chaos (im Sinne einer Periodenverdopplung) oder ein Rechenfehler.** Unser größter sicherer Index ist Inkrement/Sünde (Inkrement), der knapp über 1,0 liegt. Wenn wir den Code ändern, um sicherzustellen, dass die Trägerphase nicht gesichert wird, verschwinden die Bursts, bis der Index etwa 1,4 erreicht.dann beginnen wir beim Nulldurchgang im Zickzack.

➔Die Take-Home-Message lautet: "Behalte den Index unter 1,0!".

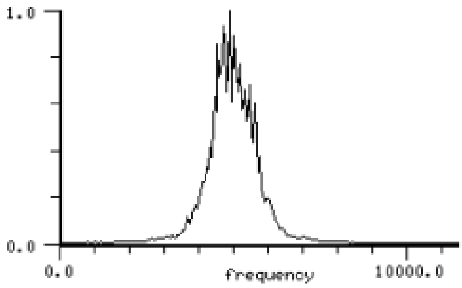
FM und Rauschen: sin(sin(rand))

Eine Möglichkeit, mit FM (absichtlich) Rauschen (NOISE MUSIC) zu erzeugen, besteht darin, den Index zu erhöhen, bis massives Aliasing auftritt. Ein besser kontrollierbarer Ansatz besteht darin, einen **Zufallszahlengenerator als unseren Modulator** zu verwenden. In diesem Fall hat die spektrale Leistungsdichte der Ausgabe dieselbe Form wie die Wertverteilungsfunktion (Amplitudenverteilung im Gegensatz zur Frequenz) des modulierenden Rauschens, zentriert um den Träger. Die Bandbreite des Ergebnisses beträgt etwa das 4-fache der Spitzenabweichung (die Zufallsfrequenz mal ihren Index – ist das **wieder nur Herr Carson?):**

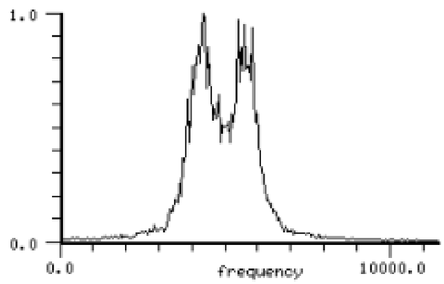
```
(mit Geräuschen ()
  (lassen ((gen (make-oscil 5000))
              (Rauschen (make-rand 1000 :Umschlag '(-1 1 0 0 1 1))) ; "ohrig"
              (Index (Hz -> Bogenmaß 1000))) ; Index = 1,0 also Bandbreite = 4 Khz (2 Khz auf jeder Seite)
   (mache ((i 0 (+ ich 1)))
              ((= ich 50000))
    (outa i (oscil gen (* index (rand noise))))))
```



eben



Gaussian (Glockenkurve)



ohrig

Einfaches FM mit Rauschen erzeugt sowohl rauschende Geräusche (hoher Index) als auch zischende oder pfeifende Geräusche (niedriger Index), was für Oceanic Music nützlich ist, aber subtilere Geräuscharten können schwer zu erreichen sein.

Heinrich Taube hatte die inspirierte Idee, das Rauschen (als eine Art FM-Kaskade) in die parallelen Modulatoren einer FM-Flöte einzuspeisen, aber nicht in den Träger. Das Modulationssignal wird eine Summe von zwei oder drei Schmalbandrauschen (schmal, weil normalerweise die Amplitude des Rauschens gering ist), und diese modulieren den Träger.

In CLM:

(Oscil Carrier (* fm-Index (oscil fm (* Noise-Index (Rand Noise)))))

Wir haben vielleicht bemerkt, dass dies ein Fall ist, in dem sich die Phasenmodulation von der FM unterscheidet. Früher konnten wir jede modulierende Sinuskurve (sowohl in Amplitude als auch in der Anfangsphase) korrigieren, aber hier haben wir keine solchen Griffe für die Komponenten des eingehenden Signals. Wenn jemand darauf besteht, können wir die Ausgänge noch anpassen, indem wir das Modulationssignal integrieren: **FM (weißes Rauschen) = PM (braunes Rauschen). In ähnlicher Weise gilt FM(Rechteckwelle) = PM(Dreieckswelle), FM(nxy1sin) = PM(Rechteckwelle) und FM(e^x) = PM(e^x). FM (Rechteckwelle) ist:**

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2B}{\pi(B^2-n^2)} \sin(\frac{\pi}{2}(B-n))\sin(\omega_c + n\omega_m)t \ .$$

Betrachten Sie im Bereich "alles" als modulierendes Signal

(sin (+ Sounddatei (* Index (sin (* 2 pi Sounddatei)))))

wobei "Sounddatei" ein aufgenommener Sound ist. Ich nenne dies im **CLM-Paket "Kontrastverstärkung". Es macht einen knackigeren Klang; "Warte auf mich!"** verwendet es immer dann, wenn ein Sound einen riesigen Mix durchschneiden muss.

UKW-Stimme

Wir können mehr als eine Sinuskomponente in unserem Träger verwenden oder mehrere Bänke von Trägern und Modulatoren und uns auf Vibrato und "Spektralfusion" verlassen, um das Ergebnis wie eine Stimme klingen zu lassen.

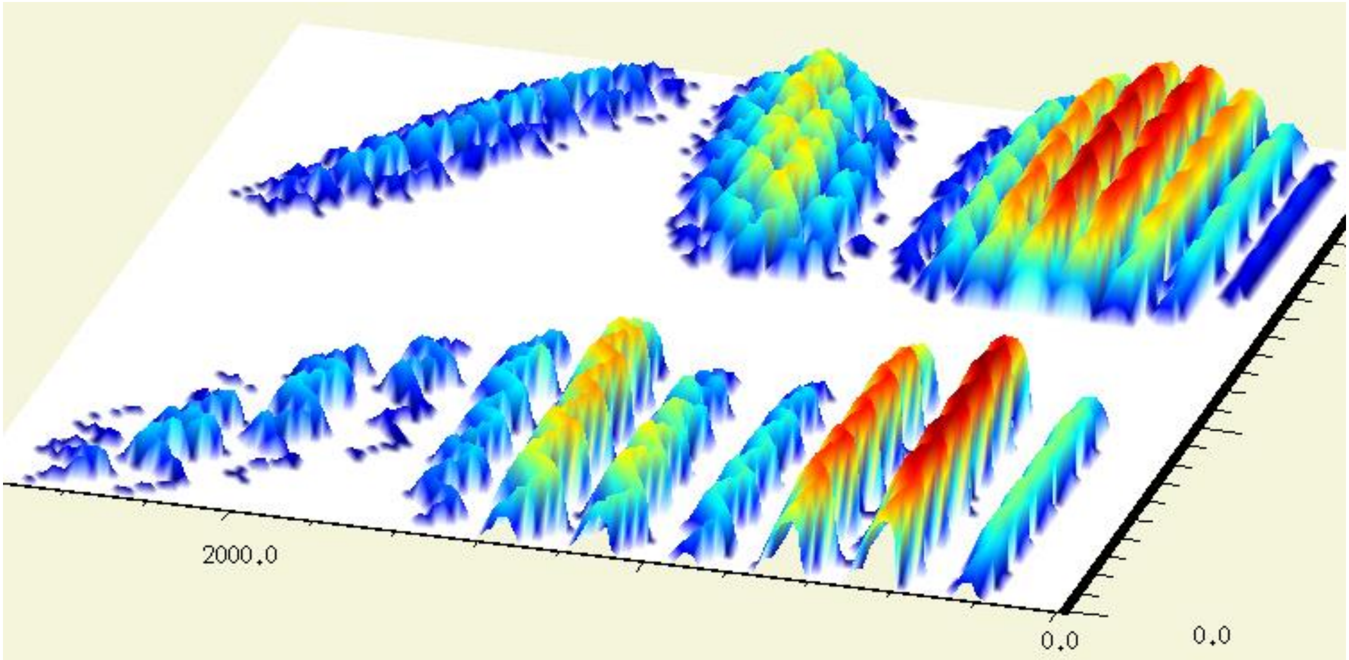
➔In dieser Kreuzung zwischen additiver Synthese (den mehreren Trägern) und FM (dem auf jeden Träger zentrierten Formant) umgehen wir viele der Einschränkungen der Bessel-Funktionen. Es gibt zahlreiche Beispiele in fmviolin.clm. **Eine der schärferen Versionen der FM-Violine verwendet eine Sägezahnwelle als Träger, und einige Science-Fiction-Soundeffekte verwenden Dreieckwellen sowohl als Träger als auch als Modulator.**

Siehe generators.scm für viele andere FM-inspirierte Synthesetechniken, einschließlich J0(B sin x): "Bessel FM". **Ein ausgeklügeltes Multi-Träger-FM-Instrument ist das von Marc Le Brun geschriebene Stimminstrument, das in "Colony" und anderen Stücken verwendet wird:**

```
(define* (vox beg dur freq amp (indizes '(.005 .01 .02)) (formant-amps '(.86 .13 .01)))
  (lass* ((start (Sekunden->Samples beg))
                 (Ende (+ Start (Sekunden->Samples Dauer)))
                 (car-os (make-oscil 0))
        (gleicht (Make-Vektor 3) aus)
        (Quoten (Make-Vektor 3))
        (Ampere (Anwenden von Float-Vektor-Formant-Amps))
        (ampf (make-env '(0 0 25 1 75 1 100 0) :scaler amp :duration dur))
        (frmfs (Make-Vektor 3))
        (Indizes (Float-Vektor-Indizes anwenden))
        (pro-Vib (Make-Dreieck-Welle 6 :Amplitude (* freq .03)))
        (ran-vib (make-rand-interp 20 :Amplitude (* freq .5 .02))))
    (mache ((i 0 (+ ich 1)))
              ((= ich 3))
      (einstellen! (gerades i) (Make-Oszil 0))
      (einstellen! (Quote i) (Make-Oszil 0)))

    (set! (frmfs 0) (make-env '(0 520 100 490 :dauer dur))
    (set! (frmfs 1) (make-env '(0 1190 100 1350) :dauer dur))
    (set! (frmfs 2) (make-env '(0 2390 100 1690) :dauer dur))

    (mache ((ich fange an (+ ich 1)))
       ((= ich ende))
      (let* ((frq (+ freq (Dreieck-Welle pro-vib) (rand-interp ran-vib)))
                   (auto (oszil car-os (hz->radians frq)))
                   (Summe 0.0))
       (tun ((k 0 (+ k 1)))
          ((=k 3))
        (lassen* ((frm (env (frmfs k)))
                       (frm0 (/frm frq))
                       (frm-int (etage frm0))
                       (gerade Ampere 0.0) (ungerade Ampere 0.0)
                       (gerade-Frequenz 0.0) (ungerade-Frequenz 0.0))
          (wenn (gerade? frm-int)
                      (Start
                        (set! even-freq (hz->radians (* frm-int frq)))
                        (set! ungerade-freq (hz->radians (* (+ frm-int 1) frq)))
                        (set! ungerade-amp (- frm0 frm-int))
                        (einstellen! gerader Ampere (- 1,0 ungerader Ampere)))
                      (Start
                        (set! ungerade-freq (hz->radians (* frm-int frq)))
                        (set! Even-Freq (hz->Radiant (* (+ frm-int 1) frq)))
                        (set! Even-Amp (- frm0 frm-int))
                        (einstellen! ungerade Ampere (- 1,0 gerade Ampere))))
```

```
   (set! Summe (+ Summe (+ (* (Ampere k)
                              (+ (* gerade Ampere)
                                    (oszil (gerades k)
                                          (+ gerade-Frequenz (* (Indizes k) Auto))))
                                 (* ungerader Ampere)
                                    (Oszil (Quote k)
                                          (+ ungerade-häufig (* (Indizes k) Auto))))))))))
      (outa i (* (env ampf) Summe))))))

(mit Geräuschen ()
  (vox 0 1,0 220,0 0,5)
  (vox 1.5 1.0 110.5 '(0.02 0.01 0.02) '(.9 .09.01)))
```

was dieses Spektrogramm erzeugt:



Verweise

Abramowitz und Stegun, "Handbook of Mathematical Functions", Dover 1965.

Benson, "Music: A Mathematical Offering", Cambridge University Press, November 2006. Auch erhältlich online: http://www.maths.abdn.ac.uk/~bensondj/html/music.pdf. Wenn die mathematische Seite von meinem Artikel von Interesse ist, könnte Ihnen Bensons Diskussion über FM gefallen.

Chowning, "The Synthesis of Complex Audio Spectra by Means of Frequency Modulation", JAES 21:526-534, 1973

Frost, "Early FM Radio", Johns Hopkins Univ Press, 2010
Ich bin Herrn Carson gegenüber anscheinend unfair; Armstrong zitierte ihn aus dem Zusammenhang, und ich habe nicht ausgegraben
das Originalpapier.

Gagliardi, "Einführung in die Nachrichtentechnik", Wiley Interscience, 1978.

Gray und Mathews, "A Treatise on Bessel Functions and their Applications to Physics", MacMillan und Co, 1895.

Klapper, "Selected Papers on Frequency Modulation", Dover 1970. (Vergriffen, aber verfügbar
über gebrauchte Buchmärkte wie abebooks oder amazon – in der Regel etwa 25 US-Dollar.
Der Bessel-Funktionsgraph stammt von Corrington, "Variation of Bandwidth with Modulation Index in FM",
Das Bild unten eines frühen Radios stammt von Armstrong, "A Method of Reduction Disturbances in Radio".
Signaling by a System of FM". Das Zitat von Carson stammt ebenfalls aus diesem Papier (ursprünglich veröffentlicht
in Proz. IRE, Bd. 24, Nr. 5, S. 689-740, Mai 1936, mit Carsons Aufsatz bezeichnet als
"Anmerkungen zur Modulationstheorie", Proc. IRE, Bd. 10, S. 57-82, Feb. 1922).

LeBrun, "A Derivation of the Spectrum of FM with a Complex Modulating Wave", CMJ Bd. 1, Nr. 4 1977, S. 51-52

Moorer, "Signal Processing Aspects of Computer Music: A Survey", Proc IEEE vol 65 1977.

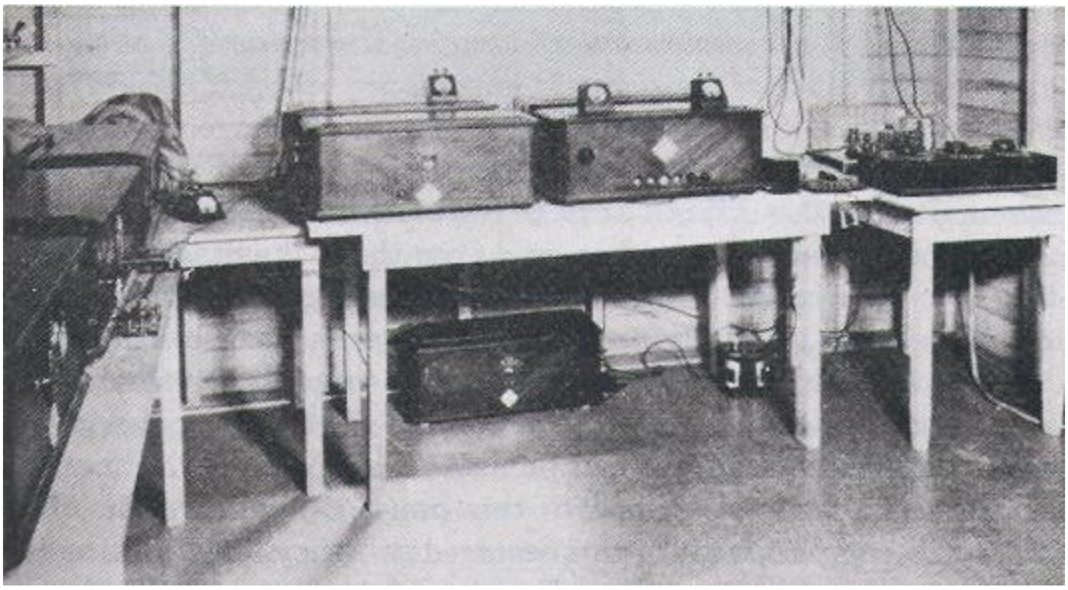
Palamin, Palamin, Ronveaux "Eine Methode zur Erzeugung und Steuerung asymmetrischer Spektren", JAES Bd. 36,
Nr. 9, Sept. 88, S. 671-685.

Schottstaedt, "Die Simulation natürlicher Instrumentenklänge mit Frequenzmodulation"
with a Complex Modulating Wave", CMJ vol 1 no 4 1977 p46-5046

Taub und Schilling, "Principles of Communications Systems", McGraw-Hill, 1986.

Tomisawa, "Tone Production Method for an Electronic Musical Instrument", US-Patent 4,249,447, 1981.

Watson, "A Treatise on the Theory of Bessel Functions", Cambridge, 1922.



FM (und AM) Radio ca. 1934

```
C       OSCILLATOR
 102    SUM=FLOAT(I(L5))*SFI
        IF(M1)280,280,281
 280    AMP=FLOAT(I(L1))*SFI
 281    IF(M2)282,282,283
 282    FREQ=FLOAT(I(L2))*SFI
 283    CONTINUE
        DO 293J3=1,NSAM
        J4=INT(SUM)+L4
        F=FLOAT(I(J4))
        IF(M2)285,285,286
 285    SUM=SUM+FREQ
        GO TO 290
 286    J4=L2+J3-1
        SUM=SUM+FLOAT(I(J4))*SFI
CC 290   IF(SUM-XNFUN)288,287,287
290      IF(SUM.GE.XNFUN)GO TO 287
CC 287   SUM=SUM-XNFUN
         IF(SUM.LT.0.0)GO TO 289
 288    J5=L3+J3-1
        IF(M1)291,291,292
 291    I(J5)=IFIX(AMP*F*SFXX)
        GO TO 293
C***********
287      SUM=SUM-XNFUN
         GO TO 288
289      SUM=SUM+XNFUN
         GO TO 288
C******* ABOVE FOR FM (NEG. FREQ.
 292    J6=L1+J3-1
        I(J5)=IFIX(FLOAT(I(J6))*F*S
 293    CONTINUE
        I(L5)=IFIX(SUM*SFID)
        RETURN
```

Musik 5 FM?